

波动率度量方法的比较分析

——基于 LHAR-RV-EVT 风险管理

刘广应^{1a}, 蔡则祥^{1b}, 张新生²

(1. 南京审计学院 a. 数学与统计学院; b. 金融学院, 江苏 南京 211815; 2. 复旦大学 管理学院, 上海 200433)

[摘要]在比较分析已实现波动率(RV)、双幂变差已实现波动率(BPV)、截断双幂变差已实现波动率(TBPV)、两尺度已实现波动率(TRSV)以及已实现核波动率(RKV)五种高频数据波动率度量方法的理论性质基础上, 结合异质自回归已实现波动率(HAR-RV)和 GJR-GARCH 思想, 本文构建 LHAR-RV-EVT 模型对 VaR 进行预测, 并使用上证指数 1 分钟数据进行实证分析, 结果表明 LHAR-RV-EVT 能够较为准确地预测 VaR、TBPV 和 BPV 优于其他三种波动率度量方法。

[关键词]已实现波动率; VaR; 极值理论; 风险管理; 金融风险; 上证指数; 波动率度量方法

[中图分类号]F830; F222 **[文献标识码]**A **[文章编号]**1672-8750(2013)06-0043-14

一、引言

波动率的度量与预测是众多学者研究的热点, 它在金融许多领域都有重要应用, 如资产组合、期权定价、风险管理等。随着技术的进步, 目前可以很便利记录和存储每分、每秒甚至每笔金融资产交易数据, 相对于传统的以日、月为频度记录的低频数据, 这类数据一般称为高频数据。相对于低频数据, 高频数据提供了更多经济信息和市场信息, 也更具有研究价值。Anderson 和 Bollerslev 及 Anderson 等人指出从统计角度处理高频数据异常困难, 处理低频数据的 ARCH、GARCH 方法已不能很好地处理高频数据^[1-2]。近年来, Anderson 和 Bollerslev 及 Anderson 等人、Barndorff-Nielsen 和 Shephard 提出了已实现波动率方法(Realized Volatility, RV), 在一定假设下, RV 为积分波动率(integrated volatility)一致渐近估计, 能较好地度量高频数据波动变化^[3-5], 这一方法为利用高频数据研究资产组合、期权定价管理等相关金融问题提供了重要工具, 掀起了对高频数据研究的热潮。目前学界已出现许多高频数据波动率度量估计方法, 为了克服价格中跳对积分波动率度量影响, Barndorff-Nielsen 和 Shephard 提出了双幂变差已实现波动率方法(BiPower realized Volatility, BPV)^[6], Corsi 等人结合 BPV 和截断的思想, 提出了截断双幂变差已实现波动率(Threshold BiPower realized Volatility, TBPV)^[7]。实际观察得到的高频数据常含有大量观察误差等微观噪音, 为克服微观噪音对波动率度量的影响, Zhang

[收稿日期]2013-06-06

[基金项目]国家自然科学基金(11071045、11226201); 教育部人文社科基金(12YJCZH128); 江苏省自然科学基金项目(BK20131340); 江苏省高校优势学科建设工程资助项目(审计科学与技术)

[作者简介]刘广应(1980—), 男, 安徽合肥人, 南京审计学院数学与统计学院副教授, 博士, 主要研究方向为应用统计、风险管理; 蔡则祥(1958—), 男, 江苏新沂人, 南京审计学院金融学院教授, 博士, 主要研究方向为金融制度与风险管理; 张新生(1959—), 男, 安徽宿州人, 复旦大学管理学院教授, 博士生导师, 博士, 主要研究方向为应用统计、风险管理。

Lan 等人提出了两尺度已实现波动率方法 (Two-Scales Realized Volatility, TSRV)^[8], Barndorff-Nielsen 等人提出了已实现核估计波动率方法 (Realized Kernels Volatility, RKV)^[9]。

在众多波动率度量方法中确定出最优度量方法,对理论研究和实际应用都有非常重要意义。实际金融操作中,人们更关心波动率度量和预测,因此,如何确定一个更好的波动率度量方法以使得波动率预测更为准确,就迫切需要研究分析。目前主要有三类高频波动率度量比较分析方法:第一类是 Mincer-Zarnowitz 回归评价方法,该方法由 Mincer 和 Zarnowitz 提出^[10],这一类方法对预测度量与某个目标(度量真值或某个度量)作回归分析,通过评价各个预测度量回归方程是否显著来进行比较分析,如 Ait-Sahalia 和 Mancini 采用 Mincer-Zarnowitz 回归评价方法对 RV 与 TSRV 进行了比较分析^[11];第二类是从风险管理 VaR 角度,以是否准确预测 VaR 来评价波动率度量方法,如 Brownlees 和 Gallo 以 VaR 预测准确度为标准,对 RV、BPV、TSRV、RKV 和已实现极差等 5 种主要高频波动率度量方法进行了比较分析^[12];第三类是从实际收益角度评价波动率度量方法,如 Bandi、Russell 和 Yang 从构造期权组合盈利能力角度^[13],Bandi、Russell 和 Zhu 从构造股票投资组合盈利能力角度,比较分析了波动率度量方法^[14]。

当前金融危机还在继续,金融市场风险不断增加,因此迫切需要研究者从风险管理 VaR 角度对众多高频波动率度量进行系统比较分析。目前,从准确预测 VaR 角度对多种高频波动率度量方法进行系统比较分析的文献甚少,仅见 Brownlees 和 Gallo 的一篇文献,他们通过乘积误差模型 (Multiplicative Error Model, MEM) 度量波动率变化,用 t 分布刻画收益率尾部分布,利用纽约证券交易所 4 只股票高频数据进行分析,得出了实证结果^[12]。然而,他们得出的结论能否适用于中国这类不太完善金融市场? 几类主流高频波动率度量方法,如 RV、BPV、TBPV、TSRV 以及 RKV,在中国市场表现有无差异? 我们能否找到一个较好度量方法? 目前还没有研究回答上述问题。

基于以上认识,本文将从风险管理角度对高频数据波动率度量方法进行比较分析。Kuester 等人的研究表明,在 VaR 预测角度下,基于极值理论 (Extreme Value Theory, EVT) 的模型比其他模型具有更好表现^[15]。林宇等人对上证综合指数等数据进行研究后也指出利用 EVT 这种半参数方法度量尾部分布时比采用 t 分布、偏 t 分布 (skew-t) 等参数分布方法刻画厚尾性具有优势^[16]。实际波动率通常具有长期记忆性,Cori 提出了用异质自回归已实现波动率模型 (HAR-RV) 来捕捉波动率长期记忆性^[17],该模型相对于 MEM、ARFIMA 等模型具有便于参数估计的优点,且能较好刻画长期记忆性。实际波动率一般都具有杠杆性,Glosten 等人利用截断思想建立了 GJR-GARCH 模型,为波动率动态建模^[18]。首先,我们结合 HAR-RV 和 GJR-GARCH 两者思想,试图建立 LHAR-RV 模型,描述波动率动态变化,LHAR-RV 模型保留了 HAR-RV 长期记忆性特点,也具有杠杆性特性,具备了波动率具有的两个重要实际特征。该模型具有参数易于估计优点,便于波动率预测。其次,我们尝试采用 EVT 为标准化收益率建模,将 EVT 和波动率动态模型结合,建立 LHAR-RV-EVT 模型,针对持有资产和卖空资产两种情形,给出 VaR 预测值。最后,我们将利用回溯检验评价 5 种波动率度量方法 (RV、BPV、TBPV、TSRV 以及 RKV) 对 VaR 预测的能力,采用 Candelon 等人基于久期 (duration) 构建的广义矩 (GMM) 检验^[19],检验分析各高频数据波动率度量方法的差异和优劣。

二、波动率度量方法理论性质的比较

在众多使用波动率的金融领域中,通常都需要使用波动率的估计值,这就需要利用实际的金融数据对波动率进行度量估计。传统金融通常利用时间序列模型,对金融数据进行建模,对波动率进行估计和预测。离散的时间序列模型,在用于采样间隔较大的低频数据时,常能够表现出较好性质。然而在采样间隔较小的高频数据时,离散的时间序列模型就表现出很强局限性,很难描述采样间隔可以任意小的实际情况。因此,在对高频数据进行波动率度量统计分析时,学者们常假设在连续时间框架下讨论。

设 t 时刻金融资产价格为 S_t , 其对数价格 $X_t = \log S_t$ 具有如下半鞅形式:

$$X_t = \int_0^t u_s ds + \int_0^t \sigma_s dW_s + J_t$$

其中 W_t 为标准布朗运动, u_t 为漂移系数, σ_t^2 为过程 X_t 瞬时方差, J_t 为刻画实际数据中跳的随机过程。在实际金融风险管理和风险分析中, 学者们对于价格变化强烈程度给予了特别关注, 他们常采用积分波动率 $\int_0^t \sigma_s^2 ds$ 来描述价格变化程度, 为了确定其估计值, 需要利用实际观察数据对此进行估计分析。然而, 实际收集到的数据, 由于受到测量误差、最小交易单位、最小价格变动单位等因素的影响, 一般都具有观察误差, 因此实际观察对数价格 p_t 与真实对数价格 X_t 常具有如下关系: $p_t = X_t + \varepsilon_t$ 。观察误差 ε_t 通常被假设为白噪音过程, $E\varepsilon_t = 0, Var(\varepsilon_t) = \omega^2$, 对任意不同时间 $s \neq t$, 观察误差相互独立 $\varepsilon_t \perp \varepsilon_s$ 。在低频数据处理中, 观察误差对数据分析影响较小, 可以忽略, 在高频数据分析中, 由于采样间隔很小, 观察误差影响较大, 不能轻易忽略, 观察误差有时也被称为微观噪音。处理高频数据时, 在考虑时间间隔很小的积分波动率(比如 1 天波动率)时, 对数价格漂移部分 $\int_0^t u_s ds$ 一般可以忽略不计, 也就是认为 $u_t \equiv 0$, 因此在后面分析中我们均采用此假定来进行简化处理。

我们用 $P_{i,t}$ 表示观察第 t 天第 $i\Delta$ 时刻金融资产对数价格, 也简称为第 t 天第 i 个观察值, 为含微观噪音观察数据, Δ 为采样时间间隔, 如 1 分钟(1 min)等, $i = 1, 2, \dots, N(\Delta)$, $N(\Delta) = n_{time}/\Delta = 1$ 天交易时间/ Δ , 表示每日观察值个数, 在中国上海证券交易所, 每天交易时间为 $n_{time} = 4$ 小时, 若收集的数据为 1 分钟数据, 则 $N(\Delta) = 4 \times 60/1 = 240$ 。本文主要对以下 5 种高频数据波动率度量方法进行比较分析。

(一) 已实现波动率方法(RV)

Anderson 和 Bollerslev、Barndorff-Nielsen 和 Shephard 等学者给出了基于第 t 天日内收益率的已实现波动率方法(Realized Volatility, RV)^[3-5], 定义为:

$$RV_t(\Delta) = \sum_{i=2}^{N(\Delta)} (p_{i,t} - p_{i-1,t})^2$$

在不存在跳和微观噪音情形下, 也即 $J_t = \varepsilon_t = 0$, 当抽样间隔 Δ 趋于 0 时, RV 将趋向于潜在真实积分波动率, 是它的一致渐近估计。RV 的提出为研究和利用高频数据提供了一种重要工具, 也掀起了高频数据研究热潮。

(二) 双幂变差已实现波动率方法(BPV)

为了克服价格中跳对积分波动率估计的影响, Barndorff-Nielsen 和 Shephard 给出了双幂变差已实现波动率(BiPower realized Volatility, BPV)^[6], 定义为:

$$BPV_t(\Delta) = \frac{\pi}{2} \sum_{i=3}^{N(\Delta)} |p_{i,t} - p_{i-1,t}| |p_{i-1,t} - p_{i-2,t}|$$

在不含微观噪音的情形下, 不论真实资产过程是否具有跳, 当抽样间隔趋于 0 时, BPV 都将趋于真实积分波动率。而 RV 在存在跳的情形下, 却趋向于积分波动率再加上一项跳部分, 不再为积分波动率的一致渐近估计。

(三) 截断双幂变差已实现波动率方法(TBPV)

同样为了剔除跳对波动率估计影响, Corsi 等人基于截断和 BPV 思想, 提出了截断双幂变差已实现波动率度量方法(Threshold BiPower realized Volatility, TBPV)^[7], 定义为:

$$TBPV_t(\Delta) = \frac{\pi}{2} \sum_{i=3}^{N(\Delta)} |p_{i,t} - p_{i-1,t}| 1_{|p_{i,t} - p_{i-1,t}|^2 < \theta(i,t)} |p_{i-1,t} - p_{i-2,t}| 1_{|p_{i-1,t} - p_{i-2,t}|^2 < \theta(i-1,t)}$$

$\theta(i,t)$ 为第 t 天 $i\Delta$ 时刻的截断水平。取适当截断水平或阈值水平 $\theta(i,t)$, 在不含微观噪音情形下, 不论真实资产过程是否含有跳部分, TBPV 是积分波动率一致渐近估计。截断水平一般可采用 $\theta(i,t) = c_\theta \hat{V}_{t,i\Delta}$ 形式, 其中 c_θ 为尺度参数, $\hat{V}_{t,i\Delta}$ 为第 t 天第 $i\Delta$ 时刻瞬时波动率 $\sigma_{t,i\Delta}^2$ 的辅助估计量, Corsi 等人建议 $c_\theta = 3$, 考虑到截断水平对估计影响不大, 简化处理可以利用 $BPV_t(\Delta)$ 为 $\hat{V}_{t,i\Delta}$ 进行估计, 即有 $\theta(i,t) = c_\theta \hat{V}_{t,i\Delta} = 3BPV_t(\Delta)$ ^[7]。

(四) 两尺度已实现波动率方法(TSRV)

为了克服微观噪音对波动率度量影响,Zhang Lan 等人提出了两尺度已实现波动率(Two-Scales Realized Volatility, TSRV)^[8]。其基本思想是首先基于稀疏采样数据得到 RV 估计值,降低微观噪音的影响,然后对所得的不同 RV 进行平均以提高精度,最后利用修正纠偏来进一步提高精度。记 Δ_s 为稀疏采样间隔, Δ_s 比 Δ 更大,设 $p_{i,t}^g$ 为采样频率 Δ_s 对数价格观察数据: $p_{i,t}^g = p_{g+(\Delta_s/\Delta)(i-1),t}$, $g = 1, \dots, G \left(= \frac{\Delta_s}{\Delta} \right)$, $i = 1, \dots, N(\Delta_s) = \frac{n_{time}}{\Delta_s}$,表示以 $g\Delta$ 为时间起点以 Δ_s 间隔进行稀疏采样的第 i 个对数价格观察值,记 $RV_t^g(\Delta_s) = \sum_{i=2}^{N(\Delta_s)} (p_{i,t}^g - p_{i-1,t}^g)^2$, $g = 1, \dots, G$ 为基于稀疏采样间隔 Δ_s 得到的 RV,则 TSRV 定义为:

$$TSRV_t(G) = \frac{1}{G} \sum_{g=1}^G RV_t^g(\Delta_s) - \frac{\bar{n}}{N(\Delta)} RV_t(\Delta) \quad (1)$$

其中 $\bar{n} = (N(\Delta) - G + 1)/G$ 。在价格过程不含跳以及其他适当条件下,当 Δ_s 趋于 0, Δ_s^2/Δ 趋于无穷大时,TSRV 为积分波动率一致渐近估计。对 Δ_s^2/Δ 趋于无穷速度作适当要求,上述估计可以以最优速度趋于积分波动率。Zhang Lan 等人对(1)式估计量进行偏差调整^[8],得到:

$$TSRV_t^{adj}(G) = \left(1 - \frac{\bar{n}}{N(\Delta)}\right)^{-1} TSRV_t(G) \quad (2)$$

他们证明了当 $G=cN(\Delta)^{2/3}$ 时,上述估计具有最优收敛速度,最优常数 c 理论数值为 $c^* = \left(\frac{T}{12\omega^4} \int_0^T \sigma_s^4 ds\right)^{-1/3}$,对实际金融高频数据分析时,可以对 c^* 进行估计,得到最优 G 。他们对实际收集高频数据进行分析,建议利用 5 分钟稀疏采样来处理,即取 $\Delta_s = 5 \text{ min}$ 来估计日积分波动率。

(五) 已实现核估计波动率方法(RKV)

同样,为了剔除微观噪音影响,Bardorff-Nielsen 等人提出已实现核估计波动率方法(Realized Kernel Volatility, RKV)^[9]。记第 t 天 RKV 为 $RKV_t(H)$,则:

$$RKV_t(H) = \gamma_0(p_t) + \sum_{h=1}^H k\left(\frac{h-1}{H}\right) \{\gamma_h(p_t) + \gamma_{-h}(p_t)\} \quad (3)$$

其中 $\gamma_h(p_t) = \sum_{i=1}^{N(\Delta)} (p_{i,t} - p_{i-1,t})(p_{i-h,t} - p_{i-h-1,t})$ 为 h 步已实现自协方差, $k(\cdot)$ 为取值于 $[0,1]$,且 $k(0) = 1, k(1) = 0$ 的权函数,通常取为核函数。在一定条件下,TSRV 可以视为 RKV 特例。在没有跳的情形下,若 $H = cN(\Delta)^{2/3}$,则这类估计将以 $N(\Delta)^{1/6}$ 速度一致收敛于积分波动率,且渐近分布为混合正态分布。如果选择 $k'(0) = k'(1) = 0, H = cN(\Delta)^{1/2}$,则可以保证这类估计以 $N(\Delta)^{1/4}$ 最优速度收敛于积分波动率,其渐近分布也为混合正态分布,可以选择最优 c^* 使得渐近分布方差最小。Bardorff-Nielsen 等人在利用 RKV 分析实际高频数据时,建议采用修正 Tukey-Hanning₂ 作为核函数^[9]: $k(x) = \sin^2\left(\frac{\pi}{2}(1-x)^2\right)$ 。记 $\xi^2 = \omega^2 / \sqrt{T \int_0^1 \sigma_s^4 ds}$ 为噪音信号比(noise-to-signal),最优 $H^* = c^* \xi N(\Delta)^{1/2}$,对于上述 Tukey-Hanning₂ 核函数, $c^* = 5.74$ 。对于噪音信号比 ξ^2 可利用下式进行估计: $\xi^2 = [RV_t(1 \text{ min})/2N(1 \text{ min})]/RV_t(20 \text{ min})$ 。这里 $RV_t(1 \text{ min})$ 表示以 1 分钟采样频率计算得到的 RV, $N(1 \text{ min})$ 表示相应样本个数, $RV_t(20 \text{ min})$ 表示以 20 分钟采样频率得到的 RV。

三、数据特征

本文收集的数据是上海证券市场证券综合指数,时间段从 2003-01-02 至 2012-07-26 近 10 年共 2321 天的 1 分钟高频数据,数据取自于天软数据平台,该平台是一个商业金融数据分析平台。为建立合适模型,本文将先对所有数据进行统计特征分析。

(一) 5 种波动率度量方法参数的确定

为了达到最好理论效果,在实际应用中,TBPV、TSRV 和 RKV 这 3 种度量波动率方法需要进行参

数设定,而 RV、BPV 这两种方法度量形式和理论前提较为简单,无需进行参数设定。TBPV 参数设定在前文已经详述,对于 TSRV 和 RKV,我们需要分别确定最优 G 和 H。

表 1 给出了确定 TSRV 和 RKV 度量中最优参数的描述性统计特征。从表 1 中可以看出 H 均值为 2.7877,实际计算 RKV 时,要求 H 为正整数,为了简化处理,H 取为 3。G 均值 0.8857,小于 1,若取 G 为 1,意味着由(1)式得到 TSRV 恒为 0,没有意义,因此无法在实际计算中应用,我们注意到 TSRV 可以看作为 RKV 的一种特殊情形,因此这里采用与 Bardorff-Nielsen 等人相同的处理方法^[9],选取 G = H = 3。

(二) 波动率和标准化收益率特征

在度量 VaR 时,通常不是直接对收益率进行建模,一般都是通过对标准化负收益率进行建模。记 p_t 为 t 日观察到的收盘价格,第 t 天日负收益率 r_t 定义为(以下简称为日收益率) $r_t = -\log \frac{p_t}{p_{t-1}} = \log p_{t-1} - \log p_t$, V_t 表示第 t 天波动率度量,为前文给出的 5 种高频数据波动率度量统一记号,则标准化收益率 η_t 为:

$$\eta_t = \frac{r_t}{\sqrt{V_t}}$$

(4)

表 2 给出了波动率和标准化收益率统计特征,第一列表示波动率度量方法,其中 TSRV 采用(2)式修正 TRSV,TSRV(3)为(2)式 G = 3 情形,RKV(3)为(3)式 H = 3 情形,在后面我们同样使用这些记号。为了更全面分析 TSRV 和 RKV 这两种方法处理微观噪音的方式,这里还列出 H = G = 5 情形, G = 5 情形为 Zhang Lan 等人建议的情形。第 2 列至第 5 列给出了各种波动率度量统计特征,第 6 列至第 8 列给出了由(4)式确定的标准化收益率统计特征。

表 2 波动率度量、标准化收益率统计特征

方法	波动率				标准化收益率		
	均值	标准差	一阶滞后 相关系数	Q(11)	偏度	峰度	J-B
RV	0.7926	0.9185	0.657	5549.56*	0.2108	1.3758	201.1756*
BPV	0.9221	1.1355	0.718	6479.312*	0.2402	1.5396	252.6482*
TBPV	0.9220	1.1355	0.718	6479.414*	0.2326	1.5565	256.3406*
TSRV(3)	1.3413	1.7986	0.701	6075.347*	0.3520	2.9596	897.6538*
TSRV(5)	1.8297	2.4180	0.668	5210.972*	0.4881	4.5703	2117.1767*
RKV(3)	2.0042	2.6750	0.698	6052.332*	0.2191	1.4929	235.1532*
RKV(5)	2.2835	3.0312	0.686	5653.253*	0.2937	2.2770	536.5957*

注:波动率为原值 10000 倍,Q(11)表示 Box-Ljung 滞后 11 阶统计量,J-B 表示 Jarque-Bera 统计量,*表示在 0.001 水平下显著。

从表 2 中,我们可以看出,这 5 种波动率序列一阶滞后自相关系数很大,Box-Ljung 的 11 阶统计量 Q(11) 检验结果也显示在 0.001 显著性水平下波动率序列拒绝不存在自相关性的零假设,这表明序列具有长期记忆性。对于标准化收益率数据,从表 2 中偏度数据可以看出序列都具有有偏性, Jarque-Bera 统计量结果显示在 0.001 显著性水平下拒绝正态分布假设。

图 1 给出 RV 正态分布 QQ 图,其中上图为 RV 正态分布 QQ 图,从图中我们可以看出与正态分布差距很大,下图是对 RV 进行对数变化后正态分布 QQ 图,从图中我们可以看出与正态分布已经很接近。这表明可以利用对数变化对波动率度量进行处理,处理后的数据更便于进一步统计分析,可以提高统计效率。

四、LHAR-RV-EVT 模型的构建

VaR 度量作为一种广为流行的金融风险度量概念,自 20 世纪 90 年代被巴塞尔委员会推荐起,在金融机构风险管理中得到广泛使用。VaR (Value at Risk) 即在险价值,是指在一定置信水平下资产组合在某一段时间最大可能损失。通常设日收益率 r_t (注意实为日负收益率) 满足如下表达式:

$$r_t = \sqrt{h_t} \eta_t, \eta_t \sim F \tag{5}$$

h_t 为第 t 日收益率的波动率, η_t 为标准化收益率,为独立同分布变量,具有有偏、厚尾等特征, F 为其累积分布函数。若 $t-1$ 天前可获得信息为 I_{t-1} , 预测估计收益率 r_t 方差为 $h_{t|t-1}$, 则基于 $t-1$ 天前信息预测的第 t 天 1 日 $100(1-p)\%$ 置信水平 VaR 为:

$$VaR_{t|t-1}^p = F^{-1}(1-p) \sqrt{h_{t|t-1}} \tag{6}$$

$F^{-1}(\cdot)$ 为累积分布函数 F 逆函数。实际金融部门进行风险度量时,常选取 $p = 0.01$ 或 $p = 0.05$ 。(6) 式实际上是持有某项资产的 VaR, 如果考虑卖空该资产,可以同样利用该公式来计算 VaR,此时(6) 式中 F 变为 $-\eta_t$ 的累积分布函数。为了更全面评价各波动率度量方法的差异,我们将分别以持有某项资产和卖空某项资产的 VaR 预测准确率作为评价标准进行分析。在高频数据框架下,我们可以利用日已实现波动率等高频波动率度量代替日收益率波动率,进而对在低频数据不能观察的隐含的条件波动率给予显化。

(一) 波动率动态模型的构建

Anderson 等人对日 RV 序列自相关函数进行研究,发现实际数据一般都具有慢衰减特性,表现出长期记忆性^[4],表 2 显示本文收集的数据也具有类似性质。长期记忆性可以通过 ARFIMA 来描述,但该模型参数估计和实施都比较困难。Corsi 提出了异质自回归已实现波动率模型 (Heterogeneous AutoRegressive Realized Volatility, HAR-RV)^[17]: $V_t = \beta_0 + \beta_1 V_{t-1} + \beta_2 V_{t-1}^{(w)} + \beta_3 V_{t-1}^{(m)} + v_t \circ V_t$ 表示第 t 天波动率度量, $V_{t-1}^{(w)}$ 表示前一周波动率度量,为第 $t-1$ 天到第 $t-5$ 天波动率度量之和,刻画时间为一周收益率总体变化, $V_{t-1}^{(m)}$ 表示前一月波动率度量,为第 $t-1$ 天到第 $t-21$ 天波动率度量之和,刻画时间为一月收益率总体变化, v_t 表示残差项。HAR-RV 模型简单,易于进行参数估计和实际操作,一般可通过最小二乘法直接对模型参数进行估计,该模型可以很好地对长期记忆性进行近似^[17]。Anderson 等人指出对日 RV 样本分布偏离正态分布问题,利用对数变换处理后 RV 可实现近似接近正态分布^[20]。有研究表明,对 RV 进行对数变化后,可以提高估计效率。波动率一般还具有杠杆性,当价格下跌时表现出较大波动,借用 GJR-GARCH 截断思想,可以建立 LHAR-RV,其对数变换后形式如下:

$$\log V_t = \beta_0 + \beta_1 \log V_{t-1} + \beta_2 \log V_{t-1}^{(w)} + \beta_3 \log V_{t-1}^{(m)} + \alpha_1 r_{t-1}^- + \alpha_2 r_{t-1}^{(w)-} + v_t \tag{7}$$

这里 $r_{t-1}^- = r_{t-1} 1_{r_{t-1} < 0}$, $r_{t-1}^{(w)-} = r_{t-1}^{(w)} 1_{r_{t-1}^{(w)} < 0}$, $r_{t-1}^{(w)}$ 表示前一周的周收益率, v_t 为误差项。(7) 式模型具有很多优点:首先,引入 r_{t-1}^- 和 $r_{t-1}^{(w)-}$ 使模型可以刻画波动率杠杆性;其次,波动率对数变化可以保证波动率预测值恒为正数,不会出现预测值为负值不符合实际情形的问题,也便于统计处理,提高统计效率;再次,结合了 HAR-RV 模型,使得该模型保留了 HAR-RV 可以近似刻画长期记忆性的优点;最后,该模型较为简单,可以准确估计出模型参数,提高估计效率,并将提高模型预测能力。

(二) 基于极值理论的收益率模型的建构

实际金融数据中,收益率通常具有尖峰厚尾性质。对收益率建模主要有三类方法:一是参数方

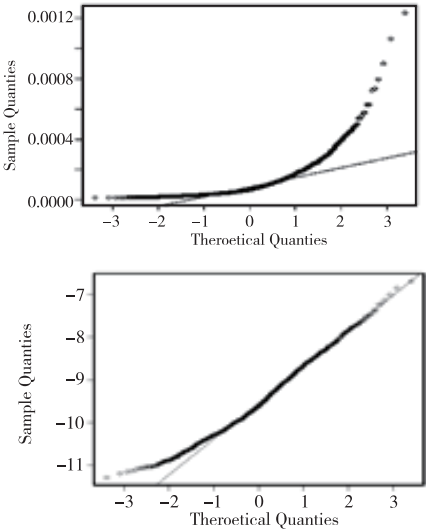


图 1 RV 正态分布 QQ 图

注:上边为 RV 正态分布 QQ 图,下边为对 RV 进行对数变换后 log(RV) 的正态分布 QQ 图。

法,常见参数分布包括 t 分布、广义误差分布、偏 t 分布、正态逆高斯分布、双曲分布等,如 Brownlees 和 Gallo 探讨了基于 t 分布情形下的 VaR 度量^[12];二是半参数方法,如 Engle 和 Gonzalez-Rivera 将半参数方法应用到度量收益率分布^[22],再如 McNeil 和 Frey 将极值理论(EVT)半参数方法运用到 VaR 的收益率尾部度量^[23];三是非参数方法,如历史模拟法等。Kuester 等人的研究发现,在 VaR 风险预测角度下,基于 GARCH 和 EVT 混合模型相对于其他模型具有更好表现^[15],林宇等人的研究也表明相对于几种常用参数分布度量方法,EVT 具有更好的预测表现^[16]。为此,我们将采用 EVT 为收益率变量建模。

极值理论主要有两种方法,一种称为分块最大值模型(block maxima),即考虑 n 个独立变量的最大值随机变量,当 n 趋向于无穷大时,最大值随机变量经过适当标准化将服从广义极值分布(Generalized Extreme Value,GEV),GEV 在对参数做一定限制时,具有厚尾性,因此可以描述收益率厚尾特征。另一种方法为提高门限模型方法(POT),对于给定门限阈值 u ,随机变量 X, Y 满足 $Y = X - u$,则超门限阈值 Y 分布为:

$$F_u(y) = P(Y < y | X > u) = P(X - u < y | X > u) = \frac{F(u + y) - F(u)}{1 - F(u)}, 0 < y < x_F - u$$

这里 $F(\cdot)$ 为 X 概率分布, x_F 为分布 F 右端极限点。当 $u \rightarrow x_F$ 时, $F_u(y)$ 可用广义帕累托分布(GPD)近似:

$$G_{\xi, \beta}(y) = \begin{cases} 1 - \left(1 + \frac{\xi y}{\beta}\right)^{-\frac{1}{\xi}}, & \xi \neq 0 \\ 1 - \exp\left(-\frac{y}{\beta}\right), & \xi = 0 \end{cases}$$

这里 $\beta > 0$ 为尺度参数; ξ 为形状参数,当 $\xi \geq 0$ 时, $y \geq 0$,当 $\xi < 0$ 时, $0 \leq y \leq -\beta/\xi$ 。当 $\xi = 0$ 时, GPD 即为指数分布;当 $\xi \geq 0$ 时, GPD 具有厚尾性;当 $\xi < 0$ 时, GPD 具有截尾性。

实际度量收益率尾部特征时,常用提高门限模型方法。对于(5)式中标准化收益率分布 F ,当给定门限阈值 u 充分大时, $F_u(y) \approx G_{\xi, \beta}(y)$,设标准化收益率变量为 $X, Y = X - u$,则标准化收益率分布 F 尾部分布具有近似:

$$F(x) = P(X \leq x) \approx (1 - F(u))G_{\xi, \beta}(x - u) + F(u), x > u \quad (8)$$

如果 $F(u)$ 已知,则我们可得尾部概率估计公式。当 $1 - p > F(u)$ 时,可得 F 的 $1 - p$ 分位数:

$$F^{-1}(1 - p) = u + \frac{\beta}{\xi} \left[\left(\frac{1 - p}{1 - F(u)} \right)^{-\xi} - 1 \right] \quad (9)$$

(三) LHAR-RV-EVT 模型

我们由(5)式、(7)式和(8)式构建模型,且 $h_{it-1} = V_{it-1}$,即 $r_t = \sqrt{h_t}y_t, \eta_t \sim F, h_t = V_t$,

$$\log V_t = \beta_0 + \beta_1 \log V_{t-1} + \beta_2 \log V_{t-1}^{(w)} + \beta_3 \log V_{t-1}^{(m)} + \alpha_1 r_{t-1}^- + \alpha_2 r_{t-1}^{(w)-} + v_t,$$

$$\eta_t \sim F(x) = P(X \leq x) \approx (1 - F(u))G_{\xi, \beta}(x - u) + F(u), x > u$$

为表述方便,我们简称上述模型为 LHAR-RV-EVT 模型。该模型具有以下两个显著特点:一是利用 LHAR-RV 刻画波动率动态变化,相对于原始 HAR-RV 模型以及 ARFIMA,除了可以描述长期记忆性,还可以刻画波动率杠杆性,对数变换使得模型更贴近实际数据,可以提高统计效率;二是利用极值理论描述收益率尾部特征,相对于通常参数分布假设,可以避免假设错误风险,具有较强普适性和稳健性,也更能捕捉到数据厚尾性。

(四) 模型估计方法

对于给定一组样本和门限阈值 u ,利用伪极大似然估计(QMLE)即可估计 $G_{\xi, \beta}$ 分布中参数 β, ξ ,估计值记为 $\hat{\beta}, \hat{\xi}$ ^[24]。当样本量为 n ,超过门限阈值 u 的样本量为 n_u ,可得 $1 - p$ 分位数估计表达式如

(10) 式所示。

$$\hat{F}^{-1}(1-p) = u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left[\left(\frac{1-p}{n_u/n} \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right] \quad (10)$$

选取门限阈值 u 是进行参数估计和计算 F 分布分位数的前提,从近似理论看,阈值越高,近似精度越高,但高阈值也将导致留给估计 GPD 分布参数的数据较少,这会影响估计精度效率,因此需要选择适当阈值 u 。DuMouchel 认为选择 10% 左右数据作为极值数据,与 GPD 拟合效果较好^[25],Neftci 建议选取 1.65 倍标准差作为阈值,把超过 1.65 倍标准差样本作为极值^[26]。另一种常用方法是均值超额函数法 (Mean Excess Function, MEF)^[24]。我们将结合 Neftci 方法和 MEF 方法,综合考虑门限阈值 u 选择^[26]。

(五) 收益率的比较模型

除了利用极值理论对标准化收益率进行半参数建模分析,我们还考察一些常用参数分布波动率度量方法之间的差异,如正态逆高斯分布 (Normal Inverse Gaussian distribution, NIG)、广义双曲分布 (Generalized Hyperbolic distribution, GH)、偏 t 分布 (SKew STudent distribution, SKST),这些分布都具有有偏性和厚尾性,与实际数据具有类似特征。Barndorff-Nielsen 提出了 NIG 分布^[27],其密度函数为:

$$f(x) = \frac{\delta \alpha \exp(\delta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}) K_1(\alpha \sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2}) \exp(x - \mu)}{\pi \sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2}}。$$

这里 $\delta > 0$ 为尺度参数, μ 为位置参数, α, β 为控制密度函数形状的参数,满足 $0 < |\beta| < \alpha$, K_j 为第三类指数为 j 的修正 Bessel 函数^[28]。当 $\beta = 0$, 为对称分布。Barndorff-Nielsen 给出 GH 分布^[29],其密度函数为:

$$f(x) = \frac{(\alpha^2 - \beta^2)^{\lambda/2} K_{\lambda/2}(\alpha \sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2}) \exp(\beta(x - \mu))}{\sqrt{2\pi} \alpha^{\lambda-1/2} \delta^\lambda K_\lambda(\delta \sqrt{\alpha^2 - \beta^2}) (\sqrt{\delta^2 + (x - \mu)^2})^{1/2-\lambda}}。$$

当 $\lambda > 0$ 时, $\delta \geq 0$, $|\beta| < \alpha$; 当 $\lambda = 0$ 时, $\delta > 0$, $|\beta| < \alpha$; 当 $\lambda < 0$ 时, $\delta > 0$, $|\beta| \leq \alpha$ 。Azzalini 和 Capitanio 给出 SKST 分布^[30],其密度函数为:

$$f(x) = \frac{1}{\delta} t_v\left(\frac{x - \mu}{\delta}\right) 2T_{v+1}\left(\beta\left(\frac{x - \mu}{\delta}\right) \sqrt{\frac{v+1}{\left(\frac{x - \mu}{\delta}\right)^2 + v}}\right)。$$

这里 $t_v(\cdot)$ 是自由度为 v 的标准 t 分布密度函数, $T_{v+1}(\cdot)$ 是自由度为 $v+1$ 的标准 t 分布累积分布函数。

(六) VaR 的预测与评价

利用第 t 天前历史信息 I_t 以及(7) 式和(10) 式,可得第 $t+1$ 天基于 EVT 模型 VaR 预测值为:

$$VaR_{t+1|t}^p = \hat{F}^{-1}(1-p) \sqrt{\hat{V}_{t+1|t}} = \left\{ u + \frac{\hat{\beta}}{\hat{\xi}} \left[\left(\frac{1-p}{n_u/n} \right)^{-\hat{\xi}} - 1 \right] \right\} \sqrt{\hat{V}_{t+1|t}}$$

对 VaR 的准确预测,是利用 VaR 进行风险管理的前提,因此需要评价 VaR 预测值,检验 VaR 度量方法是否能准确度量真实 VaR。为此,需要定义风险管理指示变量 $I_t(p)$ 。

$$I_t(p) = \begin{cases} 1, & \text{当 } r_t > VaR_{t+1|t}^p \\ 0, & \text{当 } r_t \leq VaR_{t+1|t}^p \end{cases}$$

当 $r_t > VaR_{t+1|t}^p$ 时,若我们预留与 $VaR_{t+1|t}^p$ 相对应的风险备用金,则将出现风险备用金不足问题,因此可称为风险管理失效,此时 $I_t(p) = 1$, 否则为有效。当且仅当满足下面两个假设时, VaR 预测才是

准确有效的^[31]：

假设 A:无条件覆盖率假设(Unconditional Coverage, UC),即要求事后风险管理失效无条件概率满足 $P(I_t(p) = 1) = EI_t(p) = p$ 。

假设 B:独立性假设(INDependence IND),即要求不同时刻风险管理是否有效,是无关相互独立,也即对任意 $k > 0$, $I_t(p)$ 与 $I_{t-k}(p)$ 独立。

无条件覆盖率假设和独立性假设同时成立意味着 VaR 预测具有正确条件覆盖率(Conditional Coverage, CC),也即条件覆盖率假设成立, $\{I_t(p)\}$ 为一个鞅差过程: $E[I_t(p) - p | I_{t-1}] = 0$ 。进而, $\{I_t(p)\}$ 为一组独立同分布贝努力(Bernoulli)随机变量,可以利用两次失效间隔(称为久期 duration),检验该性质^[32]。记 t_i 为第 i 次风险管理失效时刻, d_i 为两次失效间隔久期,则有 $d_i = t_i - t_{i-1}$ 。在条件概率假设成立情形下,久期服从参数 p 几何分布。

Candelon 等人提出利用正交多项式检验久期是否服从几何分布,正交多项式刻画了一个分布特征,任意两个不同分布具有不同正交多项式^[19]。参数 β 为几何分布正交多项式具有递归关系式

$$M_{j+1}(d; \beta) = \frac{(1 - \beta)(2j + 1) + \beta(j - d + 1)}{(j + 1) \sqrt{1 - \beta}} M_j(d; \beta) - \left(\frac{j}{j + 1}\right) M_{j-1}(d; \beta), \text{ 且 } M_{-1}(d; \beta) = 0,$$

$M_0(d; \beta) = 1$, 当随机变量 D 为具有参数 β 的几何分布时,有 $EM_j(D, \beta) = 0, j = 1, 2, \dots$ 。

设 $\{d_1, \dots, d_N\}$ 为通过 $\{I_t(p)\}_{t=1}^T$ 得到的风险管理失效久期,在 CC 假设下, $\{d_1, \dots, d_N\}$ 为一组独立同分布随机变量,其分布均为成功概率 p 的几何分布,检验风险管理是否准确的原假设变为:

$$H_{0,cc}: EM_j(D, \beta) = 0, j = 1, 2, \dots, Q \quad (11)$$

Q 为矩条件成立个数,一般可选取 1、3、5、7 等。Candelon 等人利用 (11) 式广义矩条件(GMM)^[19],构造了检验统计量,如 (12) 式所示。

$$J_{cc}(Q) = \left(\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N M(d_i, p) \right)^T \left(\frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{i=1}^N M(d_i, p) \right) \quad (12)$$

这里 $M(d_i, p) = (M_1(d_i, p), \dots, M_Q(d_i, p))^T$ 为 Q 维列向量。当 $\{d_i: i \geq 1\}$ 为平稳遍历时,有 $J_{cc}(Q) \xrightarrow{d} \chi^2(Q), N \rightarrow \infty, \chi^2(Q)$ 为自由度为 Q 的卡方分布。当 $Q = 1$ 时, $J_{cc}(1)$ 即为通常 Kupiec 检验。Candelon 等人指出上述 GMM 检验方法比 Christoffersen 和 Pelletier 利用指数分布对几何分布进行的近似后似然比检验以及其他基于久期的检验具有更大的优势^[32],也比目前使用较为广泛的 Christoffersen 给出的似然比检验具有更大的优势^[31]。本文将采用这种 GMM 检验方法,来分析 VaR 预测准确性。

五、实证分析

我们利用 2003-01-02 至 2008-06-18 前 1321 天 1 分钟数据作为样本内数据,用于模型中参数估计,预留 2008-06-19 至 2012-07-26 共 1000 天 1 分钟数据,用于评价 VaR 预测能力,分析 5 种波动率度量方法在 VaR 度量预测准确性上的差异。

(一) 参数确定

我们首先对回归模型(7)进行回归方程显著性检验,对没有做对数变换的模型 $V_t = \beta_0 + \beta_1 V_{t-1} + \beta_2 V_{t-1}^{(w)} + \beta_3 V_{t-1}^{(m)} + \alpha_1 r_{t-1}^- + \alpha_2 r_{t-1}^{(w)-} + v_t$ 进行比较分析。统计数据分析表明,模型(7)式比上述模型具有更高可决系数 R^2 ,如对于 RV 情形,(7)式 R^2 为 0.7443,而上述模型为 0.5387,表明(7)式波动率动态模型比上述模型更显著,更适合描述波动率动态变化,因此本文选择模型(7)作为波动率动态模型。利用最小二乘法对(7)式进行参数估计,估计结果见表 3。我们可以看出大多数回归自变量都能够在 1%

水平下对回归因变量 $\log V_t$ 显著,除了截断周收益率项 $r_{t-1}^{(w)-}$ 在 TSRV 和 RKV 情形下,只达到 5% 水平下显著,这表明回归自变量对回归因变量都有显著影响。直观上看,收益率短期对未来波动率 $\log V_t$ 影响较大,如日收益率 r_{t-1}^- 项在 1% 水平下显著,其回归系数较大,表明波动率具有鲜明的杠杆性;中长期收益率影响较小,如周收益率项 $r_{t-1}^{(w)-}$ 回归系数较小,在某些情形 (TSRV 和 RKV) 下,只能在 5% 水平下显著。

利用 EVT 度量标准化损失率变量尾部密度时,需要考虑截断水平 u 的选取,Neftci 建议将超过 1.65 倍样本标准差的样本作为极值数据^[26],我们将该方法与均值超额函数法综合考虑来确定截断水平。图 2 是持有资产情形 RV 标准化收益率的 MEF 图,图 3 是持有资产情形 RV 标准化收益率尾部经验分布与 GPD 分布拟合图,标准化收益率 1.65 倍样本标准差为 3.2666,从 MEF 图我们可以看出大约在 3.3 附近图像开始与向上的直线近似,因此选择截断水平为 3.2666。从分布拟合图中,我们可以看出标准化收益率经验分布与 GPD 分布拟合较好,说明利用 GPD 描述标准化收益率尾部具有可靠性。

(二) 5 种方法对 VaR 的预测结果

表 4 列出了 VaR 预测检验结果,第 1 列给出波动率度量方法,这里 TSRV 为 TSRV(3)简写,RKV 为 RKV(3)简写;第 2 列给出了度量标准收益率的方法,其中 EVT 表示使用极值理论方法,NIG、SKST、GH 分别表示利用正态逆高斯(NIG)分布、偏 t 分布(SKST)、广义双曲分布(GH);第 3 列至第 5 列给出了持有情形 99% 置信水平 VaR 结果($p=1\%$),第 3 列给出了违约率,此时,理论违约率为 1%,第 4 列给出了(12)式统计量 $Q=5$ 结果,第 5 列给出了各种度量方法精确度顺序,序号越小表明该方法越好;第 6 列至第 8 列为卖空资产情形 99% 置信水平的 VaR 结果($p=1\%$)。对于 95% 置信水平情形,限于篇幅,本文未予列出。

从表 4 中我们可以得出:(1)从整个模型预测能力角度来看,5 种波动率度量方法结合 EVT 基本都能通过检验,我们认为可以通过 LHAR-RV-EVT 模型预测 VaR。其他三种参数分布结合模型,预测结果不稳定,效果较差,在某些情形下无法准确度量 VaR,如利用 TSRV 和 RKV 度量持有资产情形时,这些方法未能通过检验,这表明此时利用这 3 种参数分布无法准确刻画收益率尾部特征。(2)从表中卖空资产情形的结果来分析,卖空资产情形结果要优于持有资产情形,这显示出标准化收益率的两边尾部不具有对称性,其右边尾部相对于左边尾部较厚,但 EVT 模型更加稳健。一方面,相对于参

表 3 LHAR-RV 模型的最小二乘估计结果

系数	RV	BPV	TBPV	TSRV	RKV
截断项	-2.3816* (0.1555)	-2.2723* (0.1483)	-2.2762* (0.1485)	-2.2264* (0.1477)	-2.2160* (0.1430)
$\log V_{t-1}$	0.3926* (0.0320)	0.3806* (0.0322)	0.3783* (0.0322)	0.3903* (0.0325)	0.3977* (0.0323)
$\log V_{t-1}^{(w)}$	0.2215* (0.0451)	0.2713* (0.0463)	0.2733* (0.0464)	0.2527* (0.0473)	0.2308* (0.0468)
$\log V_{t-1}^{(m)}$	0.2813* (0.0376)	0.2535* (0.0375)	0.2539* (0.0376)	0.2682* (0.0385)	0.2805* (0.0385)
r_{t-1}^-	-8.7298* (1.4000)	-9.5106* (1.4367)	-9.5381* (1.4395)	-10.1861* (1.6429)	-10.3939* (1.6522)
$r_{t-1}^{(w)-}$	-1.9148* (0.6584)	-1.8326* (0.6759)	-1.8336* (0.6773)	-1.9552** (0.7714)	-1.9646** (0.7760)

注:括号里数字为参数估计标准差;*、** 分别代表 1%、5% 显著性水平。

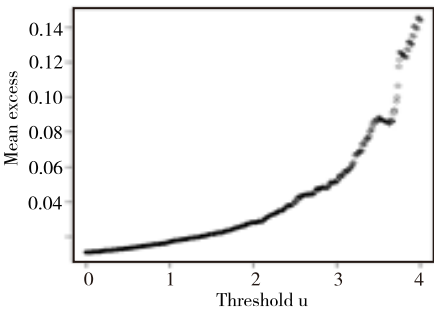


图 2 持有资产情形标准化收益率(以 RV 为例)MEF 图

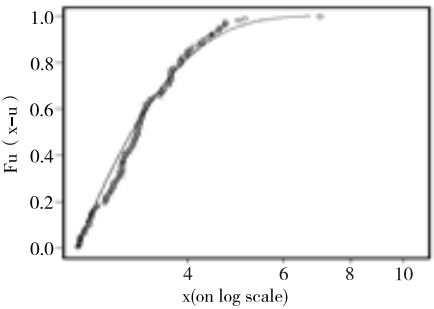


图 3 持有资产情形 RV 标准化收益率尾部经验分布与 GPD 分布拟合效果图

数分布 NIG、SKST、GH 模型,基于 EVT 的这类半参数模型更加稳定,能较好地度量收益率变量尾部特性,EVT 模型更能捕捉尾部厚尾性,具有较好的 VaR 预测能力,如在 RV 持有情形下,基于 EVT 模型的 Jcc(5)为 5.6134,而基于其他几个参数模型 Jcc(5)均为 11.7738,表明 EVT 度量尾部更精确。另一方面,在卖空资产情形下,某些波动率度量参数分布比 EVT 具有更好的预测能力,如 BPV 和 TBPV。但总体来说,EVT 更加稳健。(3)利用本文所采用数据,从预测能力角度分析波动率度量方法的差异,TBPV 和 BPV 优于 RV、TRSV 和 RKV 波动率,TBPV 度量最为精确。Corsi 等人的研究表明 TBPV 具有较强稳健性^[7],具有较好效果,本文结果与其结论类似。Brownless 和 Gallo 对纽约证券市场几种股票价格数据进行分析,却发现 RKV 度量具有较好的预测效果,处理微观噪音具有优势^[12]。这与本文结论不同。我们认为这是因为本文采用了中国证券市场上证综合指数数据。一方面,指数数据是个股数据

加权处理后的数据,加权处理后去除了大量微观噪音,相对于单只股票价格数据,指数数据微观噪音较小,另一方面,这些数据来源于中国这类不太完善的市场,会带有不同于发达国家金融市场的特征。这些因素可能导致本文结果与 Brownless 和 Gallo 的研究结论不一致。(4)三种参数分布 NIG、SKST、GH 结果几乎相同,在实际操作中差异较小。如持有 RV 情形,三个参数分布检验统计量 Jcc(5)均为

表 4 VaR 预测评价检验结果

		持有 1%			卖空 1%		
		违约率	Jcc(5)	排序	违约率	Jcc(5)	排序
RV	EVT	0.0190	5.6134	2	0.0050	3.5393	5
	NIG	0.0240	11.7738	7	0.0070	6.5997	7
	SKST	0.0240	11.7738	7	0.0070	6.5997	7
	GH	0.0240	11.7738	7	0.0070	6.5997	7
BPV	EVT	0.0220	9.2975	3	0.0050	3.5393	5
	NIG	0.0230	10.7288	5	0.0090	0.7068	1
	SKST	0.0230	10.7288	5	0.0070	1.5013	3
	GH	0.0230	10.7288	5	0.0090	0.7068	1
TBPV	EVT	0.0180	4.5566	1	0.0060	2.4288	4
	NIG	0.0230	10.7288	5	0.0090	0.7068	1
	SKST	0.0230	10.7288	5	0.0090	0.7068	1
	GH	0.0230	10.7288	5	0.0080	0.9283	2
TRSV	EVT	0.0240	11.6056	6	0.0120	5.2339	6
	NIG	0.0270	17.5738 *	8	0.0120	5.2339	6
	SKST	0.0270	17.5738 *	8	0.0120	5.2339	6
	GH	0.0270	17.5738 *	8	0.0120	5.2339	6
RKV	EVT	0.0230	10.0942	4	0.0120	5.2339	6
	NIG	0.0270	17.5738 *	8	0.0120	5.2339	6
	SKST	0.0270	17.5738 *	8	0.0120	5.2339	6
	GH	0.0270	17.5738 *	8	0.0120	5.2339	6

注:自由度为 5 卡方分布的 1% 显著性水平临界值为 15.0863,* 表示 1% 的显著性水平。

表 5 99%置信水平下 TRSV 和 RKV 不同采样间隔 VaR 违约率

违约率		EVT		NIG		SKST		GH	
		持有	卖空	持有	卖空	持有	卖空	持有	卖空
TRSV	G = 2	0.0200	0.0100	0.0240	0.0110	0.0240	0.0110	0.0240	0.0110
	G = 3	0.0240	0.0120	0.0270	0.0120	0.0270	0.0120	0.0270	0.0120
	G = 4	0.0270	0.0140	0.0290	0.0120	0.0290	0.0120	0.0290	0.0120
	G = 5	0.0290	0.0170	0.0350	0.0120	0.0300	0.0140	0.0300	0.0140
	G = 10	0.0430	0.0200	0.0430	0.0190	0.0430	0.0180	0.0430	0.0200
RKV	H = 2	0.0220	0.0120	0.0250	0.010	0.0250	0.010	0.0250	0.010
	H = 3	0.0230	0.0120	0.0270	0.0120	0.0270	0.0120	0.0270	0.0120
	H = 4	0.0270	0.0130	0.0270	0.0120	0.0270	0.0120	0.0270	0.0120
	H = 5	0.0280	0.0160	0.0290	0.0140	0.0290	0.0140	0.0290	0.0140
	H = 10	0.0390	0.0190	0.040	0.0190	0.040	0.0190	0.040	0.0190

11. 7738,表现出相同效果,在采用其他4种波动率度量方法时情况也相同。在卖空资产情形,某些波动率度量方法也无差异,某些波动率度量方法即使存在差异,差异也很小,如采用TBPV进行度量时,NIG和SKST的 $J_{cc}(5)$ 为0.7068,GH为0.9283,差异不大。

为了分析稀疏采样频率对波动率度量影响,表5给出了99%置信水平($p=1\%$)TSRV和RKV波动率度量在不同采样间隔的VaR违约率。第3行 $G=2$ 表示(2)式中 $G=2$ 得到TSRV,第4行至第7行意思类似,第8行 $H=2$ 表示(3)式中 $H=2$ 情形的RKV,第9行至第12行意思类似。从表5中,我们可以看出:(1)持有资产情形违约率比卖空情形高,卖空资产情形违约率更接近于理论值1%,这也反映出标准化收益率尾部存在非对称性。(2)RKV表现比TSRV表现更加稳健,如EVT持有情形,TSRV采样间隔 $G=2$ 到 $G=10$ 时,违约率从0.020变化到0.043,变化程度为0.023,而RKV违约率从0.022变化到0.039,变化程度为0.017,RKV变化程度小于TSRV,表现出更好的稳健性,这与Brownless和Gallo等结果一致^[12]。(3)三种参数分布NIG,SKST和GH差异较小,但SKST分布具有不太明显的优势,这与林宇等人的研究结果(SKST相对于其他参数分布较优)一致^[16]。(4)随着采样间隔减小,TSRV和RKV的表现都越来越好,反映出本文所采用数据受微观噪音影响较小。

综合上述分析,根据所采用数据分析结果,我们可得到如下实证分析结论:(1)相对于三种参数分布而言,基于EVT度量标准化收益率尾部,不论在持有资产情形还是在卖空资产情形,所涉及的几种波动率度量方法均通过了检验,这表明本文建立的LHAR-RV-EVT模型可以用来预测VaR,这一模型表现出较好稳健性,但参数分布在某些情形下表现较好,在某些情形下表现较差,稳健性较差。(2)从VaR预测精度分析,TBPV和BPV都表现较好,显示出较好VaR预测精度,TRSV和RKV表现较差,这与某些文献如Brownless和Gallo中的结果有差异^[12],这也意味着针对不同市场不同数据进行分析时,需要慎重选择适当波动率度量方法。(3)TRSV和RKV度量差异较小,在理论上TRSV方法是RKV方法的一种特例,RKV比TRSV具有较好的理论结果,在本文分析中,两者在大多数情形下表现相同,仅有的差异表现在持有EVT模型情形,RKV优于TRSV,RKV具有更好的稳健性。(4)三种参数分布NIG,SKST和GH度量标准化收益率尾部差异较小,但SKST具有更好的效果。

六、结论

本文主要从VaR风险度量角度比较分析了几种高频数据波动率度量方法的差异。首先,我们回顾了RV、BPV、TBPV、TRSV和RKV5种主要波动率度量方法,梳理了这些波动率度量的产生动机、主要性质以及理论差异。其次,LHAR-RV模型可以描述波动率长期记忆性,GJR-GARCH模型可以度量波动率杠杆性,结合这两个模型思想,本文建立了LHAR-RV波动率动态模型;利用极值理论EVT为标准化收益率厚尾进行半参数建模,结合波动率动态模型,本文构建了LHAR-RV-EVT模型。再次,基于LHAR-RV-EVT模型,采用POT方法,结合MEF方法对收益率分布参数进行估计,本文建立了VaR预测表达式,并利用GMM检验方法,对VaR预测值进行回测检验。最后,利用上证指数2003-01-02至2012-07-26近10年共2321天1分钟高频数据进行实证分析,即采用前1321天数据估计模型参数,预留1000天数据对上述5种波动率在实际VaR预测进行比较分析,并对不同采样间隔TRSV和RKV进行了进一步分析。

通过上述研究,我们得到如下重要结论:(1)基于LHAR-RV-EVT模型建立的VaR预测方法,能较为准确地度量VaR,可以用于预测和度量VaR。(2)对于具有尖峰厚尾性的收益率数据,可利用极值理论为其建模,相对于某些参数分布如NIG分布、SKST分布和GH分布,该模型具有更好的稳健性。(3)对上证指数VaR预测精度实证结果表明,TBPV和BPV的表现优于TRSV和RKV,像上证指数这类对股票价格加权后的指数高频数据,微观噪音较小,TRSV和RKV未能显示出在处理微观噪音的理论优势。这也表明对含微观噪音较小高频数据进行处理时,研究者需要谨慎选用波动率度量

方法。(4)由于收益率分布尾部具有非对称性,因此在对资产组合进行 VaR 度量时,如果组合同时含有持有资产和卖空资产,就需要我们充分考虑这种非对称性,以确保度量精确性。

本文这些发现意味着研究者在利用金融高频数据进行风险度量和风险管理时,需要充分考虑实际数据特点,慎重选择适当的波动率度量方法。本文建立的 LHAR-RV-EVT 模型,可以用来度量 VaR,对于金融资产以及资产组合风险管理理论和实践,具有一定借鉴和指导意义。

参考文献:

- [1] Andersen T G, Bollerslev T. Heterogeneous information arrivals and return volatility dynamics: uncovering the long-run in high-frequency returns[J]. Journal of Finance, 1997, 52: 975 - 1005.
- [2] Andersen T G, Bollerslev T, Lange S. Forecasting financial market volatility: sample frequency vis-a-vis forecast horizon [J]. Journal of Empirical Finance, 1999, 6: 457 - 477.
- [3] Andersen T G, Bollerslev T. DM-Dollar volatility: intraday activity patterns, macroeconomic announcements, and longer-run dependencies[J]. Journal of Finance, 1998, 53: 219 - 265.
- [4] Andersen T G, Bollerslev T, Diebold F X, et al. The distribution of realized exchange rate volatility[J]. Journal of the American Statistical Association, 2001, 96: 42 - 55.
- [5] Barndorff-Nielsen O E, Shephard N. Econometric analysis of realized volatility and its use in estimating stochastic volatility models[J]. Journal of the Royal Statistical Society B, 2002, 64: 253 - 280.
- [6] Barndorff-Nielsen O E, Shephard N. Power and bipower variation with stochastic volatility and jumps[J]. Journal of Financial Econometrics, 2004, 2: 1 - 48.
- [7] Corsi F, Pirino D, Reno R. Threshold bipower variation and the impact of jumps on volatility forecasting[J]. Journal of Econometrics, 2010, 159: 276 - 288.
- [8] Zhang Lan, Mykland P A, Ait-Sahalia Y. A tale of two time scales: determining integrated volatility with noisy high-frequency data[J]. Journal of the American Statistical Association, 2005, 100: 1394 - 1411.
- [9] Barndorff-Nielsen O E, Hansen P R, Lunde A, et al. Designing realised kernels to measure the ex post variation of equity prices in the presence of noise[J]. Econometrica, 2008, 76: 1481 - 1536.
- [10] Mincer J, Zarnowitz V. The evaluation of economic forecasts[M]// Mincer J. Economic forecasts and expectations: a analysis of forecasting behavior and performance. Cambridge: National Bureau of Economic Research, 1969: 1 - 46.
- [11] Ait-Sahalia Y, Mancini L. Out of sample forecasts of quadratic variation[J]. Journal of Econometrics, 2008, 147: 17 - 33.
- [12] Brownless C T, Gallo G M. Comparison of volatility measures: a risk management perspective[J]. Journal of Financial Econometrics, 2010, 8: 29 - 56.
- [13] Bandi F M, Russell J R, Yang Chen. Realized variance forecasting and option pricing[J]. Journal of Econometrics, 2008, 147: 34 - 46.
- [14] Bandi F M, Russell J R, Zhu Yinghua. Using high-frequency data in dynamic portfolio choice[J]. Econometric Reviews, 2008, 27: 163 - 198.
- [15] Kuester K, Mittnik S, Paolella M S. Value-at-Risk prediction: a comparison of alternative strategies[J]. Journal of Financial Econometrics, 2006, 4: 53 - 89.
- [16] 林宇, 黄登仕, 魏宇. 胖尾分布及长记忆下的动态 EVT-VaR 测度研究[J]. 管理科学学报, 2011(7): 71 - 82.
- [17] Corsi F. A simple approximate long-memory model of realized volatility[J]. Journal of Financial Econometrics, 2009, 7: 174 - 196.
- [18] Glosten L R, Jagannathan R, Runkle D E. On the relation between the expected value and the volatility of the nominal excess return on stocks[J]. Journal of Finance, 1993, 48: 1779 - 1801.

- [19]Candelson B, Colletaz G, Hurlin C, et al. Backtesting Value-at-Risk;a GMM duration-based test[J]. Journal of Financial Econometrics,2011,9:314 – 343.
- [20]Andersen T G, Bollerslev T, Christoffersen P F, et al. Financial risk measurement for financial risk management[M]//Constantinides G, Harris M, Stulz R. Handbook of the economics of finance. North Holland;Elsevier,2013:1127 – 1220.
- [21]Corsi F, Reno R. Discrete-time volatility forecasting with persistent leverage effect and the link with continuous-time volatility modeling[J]. Journal of Business and Economic Statistics,2012,30:368 – 380.
- [22]Engle R F, Gonzalez-Rivera G. Semiparametric ARCH models[J]. Journal of Business and Economic Statistics,1991,9:345 – 360.
- [23]McNeil A J, Frey R. Estimation of tail-related risk measures for heteroscedastic financial time series;an extreme value approach[J]. Journal of Empirical Finance,2000,7:271 – 300.
- [24]Alexander J M, Frey R, Embrechts P. Quantitative risk management;concepts, techniques and tools[M]. Princeton: Princeton University Press,2005.
- [25]DuMouchel W M. Estimating the stable index α in order to measure tail thickness;a critique[J]. Annals of Statistics, 1983,11:1019 – 1031.
- [26]Neftci S. Value at Risk calculations,extreme events and tail estimation[J]. The Journal of Derivations,2000,7:1 – 15.
- [27]Barndorff-Nielsen O E. Normal inverse Gaussian distributions and stochastic volatility modelling[J]. Scandinavian Journal of Statistics,1997,24:1 – 13.
- [28]Abramowitz M, Stegun I A. Handbook of mathematical function[M]. New York:Dover,1972.
- [29]Barndorff-Nielsen O E. Hyperbolic distributions and distributions on hyperbolae[J]. Scandinavian Journal of Statistics, 1978,5:151 – 157.
- [30]Azzalini A, Capitanio A. Distributions generated by perturbation of symmetry with emphasis on a multivariate skew-t distribution[J]. Journal of the Royal Statistical Society B,2003,65:367 – 389.
- [31]Christoffersen P F. Evaluating interval forecasts[J]. International Economic Review,1998,39:841 – 862.
- [32]Christoffersen P F, Pelletier D. Backtesting Value-at-Risk;a duration-based approach[J]. Journal of Financial Econometrics,2004,2:84 – 108.

[责任编辑:杨凤春]

A Comparative Study of Volatility Measures: Based on VaR of LHAR-RV-EVT

LIU Guang-ying, CAI Ze-xiang, ZHANG Xin-sheng

Abstract: In this paper, we integrate Leverage Heterogeneous AutoRegressive Realized Volatility (LHAR-RV) and Extreme Value Theory (EVT), and build LHAR-RV-EVT to measure and forecast VaR. Based on the analysis of VaR predictive ability, we compare the high-frequency data volatility measures: Realized Volatility (RV), BiPower realized Volatility (BPV), Threshold BiPower realized Volatility (TBPV), Two-Scales Realized Volatility (TRSV), Realized Kernels Volatility (RKV). The empirical research for one minute Shanghai Composite Index shows that the LHAR-RV-EVT model is robust, and that TBPV and BPV are better than the other three volatility measures.

Key Words: realized volatility; VaR; extreme value theory; risk management; financial risk; SSE Composite Index; volatility measure