

# 存货购销中最优期权合约交易量研究

顾晓安,冯媛媛

(上海理工大学 管理学院, 上海 200093)

**[摘要]**在分析利用期权合约规避价格波动风险的原理的基础上,分别给出存货购销两个环节中可以运用的期权策略,然后利用均值-方差模型计算使投资组合达到效用最大化时所对应的最优期权合约交易量及其对经营利润的影响,研究发现:在存货采购环节,企业可以通过购入看涨期权、购入看涨期权同时售出看跌期权两种策略控制采购价格波动的风险,在存货销售环节,企业可以通过购入看跌期权、同时购入看涨期权并售出看涨期权两种策略来稳定销售利润;从最优期权合约交易量及其对企业经营利润的影响来看,期权工具在控制存货采购价格、稳定销售利润中可以发挥良好作用。

**[关键词]**期权合约;存货管理;价格波动风险;最优期权合约交易量;经营利润;金融衍生产品;风险管理

**[中图分类号]**F830.9;F275 **[文献标识码]**A **[文章编号]**1672-8750(2015)01-0048-09

## 一、引言

存货是企业经营的载体,企业生存、发展和获利的经营目标归根到底是通过存经营,以不断周转和对外销售的方式来实现。存货经营过程中,采购阶段的购进价格和销售阶段的变现价格往往会因外部环境的影响而产生波动,从而影响企业的成本、利润和经营状况。为了规避存货的价格波动风险,目前在实践中企业通常采用提前采购或买卖期货合约等风险规避和风险对冲方法。然而,这两种方法未必能达到预期的效果。这是因为,提前采购一方面会增加与仓储相关的成本,另一方面还会面临未来价格变化趋势与预期相反时的潜在损失;而买卖期货合约则会面临随时补足保证金、强行平仓或交割、被动接受平仓价格等风险,且不能享受价格有利变化时的好处。

期权合约是除期货合约以外最重要的衍生金融工具。期权合约的诞生,使得企业在规避存货价格风险时,既不需要承担提前采购而额外增加的仓储成本,也不需要因为买卖期货合约而承担追加保证金、必须履行合约义务等风险。相比于期货合约在抵消潜在损失的同时也抵消了潜在的收益,期权合约则仅仅抵消了潜在的损失,并不妨碍持有者获得收益。期权合约的上述优点使其成为规避存货价格风险的理想工具,在日益复杂多变的企业经营环境下得到了越来越广泛的应用。

近年来,我国一直在积极稳妥地推进金融衍生品市场的发展,期权合约的交易市场是重点之一,其推出必然会对未来国内企业存货管理理念和方式产生重大影响。如何灵活利用期权合约在存货的采购或销售环节买入或者卖出看涨或看跌期权合约以规避存货的价格波动风险、怎样确定某一期权策略下的最优期权合约交易量、如何准确判断购买最优期权合约交易量对经营利润所产生的影响等问题均是目前大多数企业所未曾面临的新挑战,本文的研究试图回答这些问题。

**[收稿日期]**2014-10-29

**[基金项目]**上海市教育委员会发展基金资助项目(F30803)

**[作者简介]**顾晓安(1963—),男,上海人,上海理工大学管理学院副教授,硕士生导师,主要研究方向为财务管理与会计、区域投融资管理等;冯媛媛(1990—),女,河南驻马店人,上海理工大学管理学院硕士生,主要研究方向为财务管理与会计。

## 二、文献回顾

有关存货管理的研究多集中于探讨如何提高存货的周转效率和寻求存货的最佳采购数量即经济批量。国外学者 Krisztina 和 Zsolt 研究了如何通过当前重新受到企业重视的精益生产(Learn manufacturing, LM)的应用提高企业存货周转率<sup>[1]</sup>。国内学者张婉君等将存货周转分为前期采购、后期销售两个环节,通过比较两者的存货周转率,分析对存货总周转率有较大影响的环节,建议对这些环节进行重点管理和控制<sup>[2]</sup>;沈剑飞等研究了实际采购中的“量差价异”现象,分析了订购量越大、价格越优惠情形下,采购、储存成本达到最小化时的经济订货量模型<sup>[3]</sup>。然而,提高周转效率是为了减少资金占用的机会成本,寻求经济订货量则是为了降低采购、仓储等成本,两者都侧重于存货经营成本的最小化,学者们并未探讨在价格波动环境下如何规避价格风险以控制存货购销环节的成本与风险。

无论是在理论上还是在实践中,国外运用期权合约规避存货价格风险都较为成熟。Peter 和 Charles 最早将期权理论运用到存货管理中,提出了采用购销双方互相协商的期权合约对冲存货采购过程中的价格和数量的不确定性风险<sup>[4]</sup>。之后学者们针对供应链上供需双方签订的不同种类期权合同进行了分类研究,如 Golovachkina 等人研究了供应商和制造商之间的看涨期权合同问题<sup>[5]</sup>, Bengtsson 研究了供应商和制造商之间的看跌期权合同问题<sup>[6]</sup>。还有学者对购销双方的最优交易量问题进行了研究,如 Spinler 和 Huchzermeier<sup>[7]</sup>。

国内学者在有关利用期权合约规避风险的研究方面也取得了一些成果。吴桥等研究了旨在规避原材料价格上涨的组合采购策略,即制造商从供应商处采购原材料的同时,可以从供应商处购买一定的期权合约,他们还利用均值方差模型给出了期权合约的最佳采购数量<sup>[8]</sup>。刘忠轶等研究了在包含一个供应商和零售商的两级供应链环境中利用期权合约来锁定价格以满足需求不确定性的问题,并利用条件风险值的方法给出了零售商的最优期权采购量<sup>[9]</sup>。

但就目前而言,无论国外还是国内的相关研究中所探讨的期权合约大都是供应商和零售商双方之间签订的场外期权合约,而非金融市场中的场内标准期权合约,对于如何利用日益成熟的交易所场内期权合约规避存货价格波动风险的问题理论界尚鲜有涉及。同时,现有研究大都将规避价格波动风险的需求分割为供应链上的供需双方,而实际上,同一个企业既有采购环节规避价格上涨风险的需求,又有销售环节规避价格下跌风险的需求,从单个企业购销两个环节的角度为其提供期权策略并计算最优期权合约交易量的研究,具有较高的实践意义和一定的理论价值<sup>[10-11]</sup>。

## 三、存货购销环节中可运用的期权策略分析

由于期权工具在我国的应用尚处于起步阶段,因此,在分析存货购销环节中可运用的期权策略之前,本文首先对期权用于规避存货价格波动风险的原理进行理论分析。

理论上,期权可以分为看涨期权和看跌期权。无论是看涨期权还是看跌期权,可供企业选择的操作策略总的来说有三种:购买期权、售出期权、购入同时售出期权。但并不是每种方式都适用于规避存货价格风险。具体而言,购买期权策略,即企业可以通过购买期权合约并控制未来行权与否达到“趋利避害”的目的,显然,该方法在实践中是可行的;售出期权策略,即通过售出期权合约规避价格波动风险的策略,在理论上也是成立的,但是由于售出期权合约所赚取的权利金的数额非常有限,无法应对价格大幅度波动对售出期权企业造成的损失,因此仅仅通过“售出期权”单一策略达到规避风险的目的在实际中是行不通的;同时购入并售出期权策略,这一策略可以降低权利金的成本,也能够将企业的购销价格锁定在两份期权合约的执行价格之内,从而达到以较少的成本控制价格波动的风险并稳定价格的目的,因此,该策略在实际运用中是可行的。由以上分析可知,在运用期权合约规避风险时,企业可选择的期权策略包括:购入看涨期权、购入看跌期权、购入看涨期权同时售出看跌期

权、购入看跌期权同时售出看涨期权等。针对存货采购、销售的不同环节,企业可以根据对市场环境以及经济形势的判断选择不同的策略来规避存货价格波动的风险。

#### (一) 存货采购环节可运用的期权策略

在存货采购环节,为了规避存货未来市场价格上升的风险,企业可选择的期权策略包括应用购入看涨期权和购入看涨期权同时售出看跌期权。同时,企业可以根据接到订单的交货时间以及生产所需时间,采用倒推法计算购入原材料的入库时间,进而确定所需购买期权合约的期限。

1. 购入看涨期权。企业购买看涨期权需要预先支付少量的权利金。当未来市价走势对企业不利,即存货未来市场价格高于执行价格时,企业可以选择行权,按照期权的执行价格采购存货;当未来市价走势对企业有利,即存货未来市场价格低于执行价格时,企业可以放弃行权,按市场价格购入原材料,此时企业的损失仅仅是购买期权合约所付出的权利金。因此,购入看涨期权不仅可以规避价格上涨的风险,同时还能享受价格下跌所带来的利益。

2. 购入看涨期权同时售出看跌期权。购入看涨期权能够规避价格上涨的风险但会支付一定的权利金,售出看跌期权却能获取一定的权利金,因此可以减少为规避风险所付出的成本。但售出看跌期权之后,当原材料未来市场价格高于执行价格时,期权合约的买方会放弃行权,否则买方就会行权,这意味着企业最终购买原材料的价格大于等于看跌期权执行价格,因此当原材料价格远远高于执行价格时,可能导致其购入成本无限大,而购入看涨期权却又能为采购价格设置“上限”,从而将采购成本控制在两个期权合约的执行价格之间。因此在采购环节同时购入看涨期权并售出看跌期权的策略可以帮助企业实现以较少的成本来规避价格波动风险的目的。

#### (二) 存货销售环节可运用的期权策略

在存货的销售环节,为了规避未来市场价格下跌的风险,企业可选择的期权策略包括购入看跌期权或同时购入看跌期权并售出看涨期权。同时,企业可以根据接到的订单的交货时间,确定所需购买或售出的期权合约的期限。

从理论上说,销售环节购入看跌期权规避价格波动风险的原理与采购环节类似,销售环节同时购入看跌期权并售出看涨期权的策略同样可以帮助企业实现以较少的成本来规避价格波动风险的目的。

### 四、期权合约最优交易量的确定及其对经营利润的影响分析

上文分析了企业在存货购销环节的各种情形下可供选用的期权策略,一旦企业选定了期权策略,就会面临期权合约交易量确定的问题,同时需要评估采用期权工具后企业经营利润受到的影响。实践中,除了期权权利金的金额受市场机制影响外,期权合约的品种、执行期限、交易单位、最小变动价位等都由交易所制定,且合约的流动性好,可以自由转让。因此企业一旦确定选择某一期权策略,并根据订单的交货时间计算出合约的期限后,就需进一步确定购买或者售出期权合约的最优交易数量。

现货交易和期权交易可以看作一个投资组合,组合的目标是寻找最优的期权合约交易数量,以期在尽可能规避风险的情况下实现较高的组合收益。为了平衡投资组合的预期收益最大化目标和风险最小化要求之间的矛盾,Markowitz 提出了均值-方差模型<sup>[12]</sup>(以下简称 MV 模型)。MV 模型分别以投资组合的均值( $E$ )和方差( $Var$ )代表该投资组合的收益和风险,将投资组合的期望效用看作均值和方差的函数  $U(E, Var)$ ,投资组合的目标就是达到期望效用最大化,即  $\text{Max}\{U(E, Var)\}$ 。因此,能使企业的效用达到最大化的自变量的具体数值,即为最优期权合约交易数量。

#### (一) 存货采购环节的最优期权合约交易量及其对经营利润的影响分析

存货采购过程中,购买或售出期权合约的最优数量与原材料的需求量、现货市场原材料价格的期

望和方差、期权的权利金以及执行价格有关。假设企业  $N$  天后需要购买的原材料总量为  $D$ , 现货市场原材料的价格为  $P$ , 其分布函数为  $F(p)$ , 密度函数为  $f(p)$ , 期望价格为  $u_p$ , 方差为  $\sigma_p^2$ 。企业的最终产品的销售价格  $r$  大于相应消耗的原材料成本, 即  $r > u_p$ 。

### 1. 看涨期权合约的最优购买量及其对经营利润的影响

假设  $N$  天后到期的看涨期权权利金每份为  $\omega$ , 每份期权合约对应的标的数量为  $q$ , 执行价格为  $S$ , 企业购买看涨期权合约的数量为  $n$  份, 那么企业的总利润为:

$$\pi = rD - \omega n - Sd_1 - Pd_2, d_1 = nq \leq D, d_1 + d_2 = D \quad (1)$$

其中,  $rD$  为销售收入,  $\omega n$  为期权的购买费用,  $d_1$  为到期时通过期权合约购买的原材料数量,  $d_2$  为通过现货市场购入的原材料数量。

当市场价格大于执行价格, 即  $P > S$  时, 企业会行使期权, 以价格  $S$  购入数量  $d_1^* = nq$ , 剩余部分的原材料需求则通过现货市场买入, 即  $d_2^* = D - nq$ ; 当市场价格小于等于执行价格, 即  $P \leq S$  时, 企业会放弃行权, 所需原材料全部从现货市场购入, 即  $d_1^* = 0, d_2^* = D$ 。

因此, 企业的总利润为一个分段函数:

$$\pi = \begin{cases} rD - \omega n - PD + (P - S)nq, & P > S \\ rD - \omega n - PD, & 0 < P \leq S \end{cases} \quad (2)$$

该分段利润函数的期望和方差分别为:

$$E(\pi) = rD - \omega n - u_p D + nq \int_S^\infty (P - S) dF(P) \quad (3)$$

$$Var(\pi) = n^2 q^2 \left[ \int_S^\infty (P - S)^2 dF - \left( \int_S^\infty (P - S) dF \right)^2 \right] + 2Dnq \int_S^\infty (u_p - P)(P - S) dF(P) + D^2(\sigma_p^2 - u_p^2) \quad (4)$$

MV 模型假设投资效用水平与期望收益正相关, 与方差负相关。假设企业的效用水平为:

$$U(n) = E(\pi) - \lambda Var(\pi) \quad (5)$$

其中,  $\lambda$  为风险厌恶程度,  $\lambda > 0$ 。

$$\text{令 } M(S) = \int_S^\infty (P - S) dF(P), N(S) = \int_S^\infty (P - S)^2 dF, J(S) = \int_S^\infty (u_p - P)(P - S) dF(P)$$

对  $U(n)$  求导, 令其一阶导数等于零, 得到均值-方差效用水平的最优解:

$$\begin{aligned} \text{令 } \frac{\partial U}{\partial n} &= \frac{\partial E(\pi)}{\partial n} - \lambda \frac{\partial Var(\pi)}{\partial n} = 0 \\ \Rightarrow n &= \frac{qM - \omega - 2\lambda DqJ}{2\lambda q^2(N - M^2)} \end{aligned} \quad (6)$$

由于通过期权购买的原材料数量要控制在原材料总需求量的范围之内, 即期权合约的最优购买量上限为  $n_{\max} = D/q$ , 因此期权合约的最优购买量为  $n^* = \min\{n, D/q\}$ 。

企业若不利用期权合约规避风险, 那么经营利润为:  $\pi_0 = rD - PD$

因此, 企业购买期权合约对经营利润的影响值为:

$$\Delta = \pi - \pi_0 = \begin{cases} (P - S)n^*q - \omega n^*, & P > S \\ -\omega n^*, & 0 < P \leq S \end{cases} \quad (7)$$

### 2. 组合策略的最优购买与售出货量及其对经营利润的影响

假设  $N$  天后到期的看涨期权和看跌期权权利金每份分别为  $\omega_1, \omega_2$ , 每份合约对应的标的数量分别为  $q_1, q_2$ , 执行价格分别为  $S_1, S_2$  ( $S_1 > S_2$ ), 企业购买、出售的合约数量分别为  $n_1, n_2$  份, 那么企业的总利润为:

$$\pi = rD - \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 - S_1 d_1 - S_2 d_2 - Pd_3$$

$$d_1 = n_1 q_1, d_2 = n_2 q_2, d_1 + d_2 \leq D, d_1 + d_2 + d_3 = D \quad (8)$$

其中,  $\omega_1 n_1$  为购买期权支付的权利金,  $\omega_2 n_2$  为出售期权获得的权利金,  $d_1, d_2$  为到期时通过期权合约购买的原材料数量,  $d_3$  为通过现货市场购买的原材料数量。

当市场价格大于看涨期权的执行价格即  $P > S_1$  时, 企业会行使看涨期权, 而看跌期权的购买方不会行使期权, 那么企业就以合约价格  $S_1$  购买合同约定的原材料数量, 即  $d_1^* = n_1 q_1, d_2^* = 0$ , 剩余部分通过现货市场采购, 即  $d_3^* = D - n_1 q_1$ ; 当市场价格处于两个合约价格之间即  $S_2 \leq P \leq S_1$  时, 两份期权都不会被执行, 企业将以市场价格采购所有原材料, 即  $d_1^* = 0, d_2^* = 0, d_3^* = D$ ; 当市场价格小于看跌期权的执行价格即  $P < S_2$  时, 企业不会行使期权, 而看跌期权的购买方则要行使期权, 因此企业就必须以合约价格  $S_2$  购买约定的数量, 即  $d_1^* = 0, d_2^* = n_2 q_2$ , 剩余原材料将全部以市场价格购入,  $d_3^* = D - n_2 q_2$ 。

因此, 企业的总利润为一个分段函数:

$$\pi = \begin{cases} rD - \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 - PD + (P - S_1) n_1 q_1, & P > S_1 \\ rD - \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 - PD, & S_2 \leq P \leq S_1 \\ rD - \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 - PD + (P - S_2) n_2 q_2, & 0 < P < S_2 \end{cases} \quad (9)$$

同理可求得该分段函数的期望  $E(\pi)$  和方差  $Var(\pi)$ , 对均值-方差效用水平函数(5)求偏导并令其导数等于零:

$$\begin{cases} \frac{\partial U}{\partial n_1} = \frac{\partial E(\pi)}{\partial n_1} - \lambda \frac{\partial Var(\pi)}{\partial n_1} = 0 \\ \frac{\partial U}{\partial n_2} = \frac{\partial E(\pi)}{\partial n_2} - \lambda \frac{\partial Var(\pi)}{\partial n_2} = 0 \end{cases} \quad (10)$$

得到最优解为:

$$n_1^* = \frac{(\omega_2 + q_2 M_2) q_1 q_2 M_1 M_2 - (q_1 M_1 - \omega_1 - 2\lambda D q_1 J_1) q_2^2 (N_2 - M_2^2) - 2\lambda D q_1 q_2^2 M_1 M_2 J_2}{2\lambda q_1^2 q_2^2 [M_1^2 M_2^2 - (N_1 - M_1^2)(N_2 - M_2^2)]} \quad (11)$$

$$n_2^* = \frac{(q_1 M_1 - \omega_1) q_1 q_2 M_1 M_2 - (q_2 M_2 + \omega_2 - 2\lambda D q_2 J_2) q_1^2 (N_1 - M_1^2) - 2\lambda D q_1^2 q_2 M_1 M_2 J_1}{2\lambda q_1^2 q_2^2 [M_1^2 M_2^2 - (N_1 - M_1^2)(N_2 - M_2^2)]} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} \text{其中, } M_1(S) &= \int_{S_1}^{\infty} (P - S_1) dF, N_1(S) = \int_{S_1}^{\infty} (P - S_1) dF, J_1(S) = \int_{S_1}^{\infty} (u_p - P)(P - S_1) dF(P), \\ M_2(S) &= \int_0^{S_2} (P - S_2) dF, N_2(S) = \int_0^{S_2} (P - S_2)^2 dF, J_2(S) = \int_0^{S_2} (u_p - P)(P - S_2) dF(P). \end{aligned}$$

因此, 期权合约的最优购买量为  $n_1^* = \min\{n_1, D/q\}$ , 最优售出量为  $n_2^* = \min\{n_2, D/q\}$ 。

企业若不利用期权合约规避风险, 那么经营利润为:  $\pi_0 = rD - PD$

因此, 企业利用期权合约对经营利润的影响值为:

$$\Delta = \pi - \pi_0 = \begin{cases} \omega_2 n_2^* - \omega_1 n_1^* + (P - S_1) n_1^* q_1, & P > S_1 \\ \omega_2 n_2^* - \omega_1 n_1^*, & S_2 \leq P \leq S_1 \\ \omega_2 n_2^* - \omega_1 n_1^* + (P - S_2) n_2^* q_2, & 0 < P < S_2 \end{cases} \quad (13)$$

## (二) 存货销售环节的最优期权合约交易量及其对经营利润的影响分析

销售环节最优期权合约交易量的计算过程与采购环节类似。假设企业  $N$  天后预计需要对外销售的产品总量为  $H$ , 现货市场产品的价格为  $P$ , 其分布函数为  $F(p)$ , 密度函数为  $f(p)$ , 期望价格为  $u_p$ , 方差为  $\sigma_p^2$ 。企业产品的单位成本  $c$  小于相应产品的期望价格, 即  $c < u_p$ 。

## 1. 看跌期权合约的最优购买量及其对经营利润的影响

假设  $N$  天后到期的看跌期权权利金每份为  $\omega$ , 每份期权合约对应的标的数量为  $q$ , 执行价格为  $S$ , 企业购买看跌期权合约的数量为  $n$  份, 那么企业的总利润为:

$$\pi = Sd_1 + Pd_2 - \omega n - cH, d_1 = nq \leq H, d_1 + d_2 = H \quad (14)$$

其中,  $cH$  为产品成本,  $\omega n$  为期权的购买费用,  $d_1$  为到期时通过期权合约出售的产品数量,  $d_2$  为通过现货市场出售的产品数量。

当市场价格大于执行价格即  $P > S$  时, 企业不会行使期权, 而是将产品全部以市场价格售出, 即  $d_1^* = 0, d_2^* = H$ ; 当市场价格小于等于执行价格即  $P \leq S$  时, 企业会行使期权, 以价格  $S$  售出数量  $d_1^* = nq$ , 剩余部分产品通过现货市场售出, 即  $d_2^* = H - nq$ 。

因此, 企业的总利润为一个分段函数:

$$\pi = \begin{cases} PH - \omega n - cH, & P > S \\ (S - P)nq + PH - \omega n - cH, & 0 < P \leq S \end{cases} \quad (15)$$

该分段利润函数的期望和方差分别为:

$$E(\pi) = u_p H - \omega n - cH + nq \int_0^S (S - P) dF(P) \quad (16)$$

$$Var(\pi) = n^2 q^2 \left[ \int_0^S (S - P)^2 dF - \left( \int_0^S (S - P) dF \right)^2 \right] + 2Hnq \int_0^S (P - u_p)(S - P) dF(P) + H^2 (\sigma_p^2 - u_p^2) \quad (17)$$

将  $E(\pi)$  和  $Var(\pi)$  代入公式(5), 求导并令其导数等于零, 得出均值-方差效用水平的最优解:

$$n = \frac{qM - \omega - 2\lambda HqJ}{2\lambda q^2 (N - M^2)} \quad (18)$$

$$\text{其中 } M(S) = \int_0^S (S - P) dF(P), N(S) = \int_0^S (S - P)^2 dF, J(S) = \int_0^S (P - u_p)(S - P) dF(P)$$

由于通过期权售出的存货数量要控制在存货销售总量的范围之内, 即期权合约的最优购买量上限为  $n_{\max} = H/q$ , 因此期权合约的最优购买量为  $n^* = \min\{n, H/q\}$ 。

企业若不利用期权合约规避风险, 那么经营利润为:  $\pi_0 = PH - cH$

因此, 企业购买期权合约对经营利润的影响值为:

$$\Delta = \pi - \pi_0 = \begin{cases} -\omega n^*, & P > S \\ (S - P)n^* q - \omega n^*, & 0 < P \leq S \end{cases} \quad (19)$$

## 2. 组合策略的最优购买与售出货量及其对经营利润的影响

假设  $N$  天后到期的看跌期权和看涨期权权利金每份分别为  $\omega_1, \omega_2$ , 每份合约对应的标的数量分别为  $q_1, q_2$ , 执行价格分别为  $S_1, S_2$  ( $S_2 > S_1$ ), 企业购买看跌期权、售出看涨期权合约的数量分别为  $n_1, n_2$  份。那么企业的总利润为:

$$\pi = S_1 d_1 + S_2 d_2 + Pd_3 - \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 - cH \\ d_1 = n_1 q_1, d_2 = n_2 q_2, d_1 + d_2 \leq H, d_1 + d_2 + d_3 = H \quad (20)$$

其中,  $\omega_1 n_1$  为购买期权支付的权利金,  $\omega_2 n_2$  为出售期权获得的权利金,  $d_1, d_2$  为到期时通过期权合约出售的产品数量,  $d_3$  为通过现货市场出售的产品数量。

当市场价格大于看涨期权的执行价格即  $P > S_2$  时, 企业不会行使看跌期权, 而看涨期权的购买方会行使期权, 那么企业就会以合约价格  $S_2$  售出约定的数量, 即  $d_1^* = 0, d_2^* = n_2 q_2$ , 剩余部分产品通过现货市场售出, 即  $d_3^* = H - n_2 q_2$ ; 当市场价格处于两个合约价格之间即  $S_1 \leq P \leq S_2$  时, 两份期权都不会被执行, 企业将所有产品以市场价格售出, 即  $d_1^* = 0, d_2^* = 0, d_3^* = H$ ; 当市场价格小于看跌期权的执行价格即  $P < S_1$  时, 看涨期权的购买方不会行使期权, 而企业则会行使看跌期权, 以合约价格  $S_1$  售出

约定的数量,即  $d_1^* = n_1 q_1, d_2^* = 0$ , 剩余产品将全部以市场价格售出,  $d_3^* = H - n_1 q_1$ 。

因此,企业的总利润为一个分段函数:

$$\pi = \begin{cases} (S_2 - P)n_2 q_2 + PH - \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 - cH, & P > S_2 \\ PH - \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 - cH, & S_1 \leq P \leq S_2 \\ (S_1 - P)n_1 q_1 + PH - \omega_1 n_1 + \omega_2 n_2 - cH, & 0 < P < S_1 \end{cases} \quad (21)$$

同理可求得该分段函数的期望  $E(\pi)$  和方差  $Var(\pi)$ , 对均值-方差效用水平函数(5) 求偏导并令其导数等于零,进而得到最优解为:

$$n_1^* = \frac{(\omega_2 + q_2 M_2) q_1 q_2 M_1 M_2 - (q_1 M_1 - \omega_1 - 2\lambda H q_1 J_1) q_2^2 (N_2 - M_2^2) - 2\lambda H q_1 q_2^2 M_1 M_2 J_2}{2\lambda q_1^2 q_2^2 [M_1^2 M_2^2 - (N_1 - M_1^2)(N_2 - M_2^2)]} \quad (22)$$

$$n_2^* = \frac{(q_1 M_1 - \omega_1) q_1 q_2 M_1 M_2 - (q_2 M_2 + \omega_2 - 2\lambda H q_2 J_2) q_1^2 (N_1 - M_1^2) - 2\lambda H q_1^2 q_2 M_1 M_2 J_1}{2\lambda q_1^2 q_2^2 [M_1^2 M_2^2 - (N_1 - M_1^2)(N_2 - M_2^2)]} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \text{其中, } M_1(S) &= \int_0^{S_1} (S_1 - P) dF, N_1(S) = \int_0^{S_1} (S_1 - P)^2 dF, J_1(S) = \int_0^{S_1} (P - u_p)(S_1 - P) dF(P), \\ M_2(S) &= \int_{S_2}^{\infty} (S_2 - P) dF, N_2(S) = \int_{S_2}^{\infty} (S_2 - P)^2 dF, J_2(S) = \int_{S_2}^{\infty} (P - u_p)(S_2 - P) dF(P). \end{aligned}$$

因此期权合约的最优购买量为  $n_1^* = \min\{n_1, H/q\}$ , 最优售出量为  $n_2^* = \min\{n_2, H/q\}$ 。

企业若不利用期权合约规避风险,那么经营利润为:  $\pi_0 = PH - cH$ 。

因此,企业利用期权合约对利润的影响值为:

$$\Delta = \pi - \pi_0 = \begin{cases} \omega_2 n_2^* - \omega_1 n_1^* + (S_2 - P)n_2^* q_2, & P > S_2 \\ \omega_2 n_2^* - \omega_1 n_1^*, & S_1 \leq P \leq S_2 \\ \omega_2 n_2^* - \omega_1 n_1^* + (S_1 - P)n_1^* q_1, & 0 < P < S_1 \end{cases} \quad (24)$$

### (三) 案例分析

上文从理论上分析了存货购销环节中每种策略的最优期权合约交易量及其对经营利润的影响,为了使本文的研究结果更加易于理解和更易于应用在实际中,现举例说明期权策略的具体应用。本文以理论分析中“在采购环节购入看涨期权”的情形为例,根据文中所推导的公式计算并分析期权合约的最优购买量及其对经营利润的影响。

案例背景:某制造型企业的存货经营流程是从市场采购原材料,进行简单加工后直接售出。假如现货市场中该原材料的价格波动较大,预计未来价格将会大幅上涨。若企业不采取任何规避风险的措施,将会使自己暴露在原材料价格持续走高的风险当中,可能导致未来采购成本上升和经营利润下降。为了规避风险,企业的经营者准备在期权市场上购买看涨期权合约。

案例分析:假如该企业于2014年1月签订一项销售合同,合同约定未来以每吨  $r = 20$  元的价格销售商品3000吨,交货期为6个月。企业根据产品所需要的生产时间推算出生产所需的原材料必须在4月份入库,数量为  $D = 3000$  吨,因此需要购买3个月到期的看涨期权。原材料的目前市场价格为15元/吨,预计4月份的原材料价格会大幅上涨。假设原材料的市场价格服从对数正态分布,其密度函数为  $f(p) = \frac{1}{\sqrt{2\pi p \sigma_p}} \exp\left(-\frac{(\ln p - \mu_p)^2}{2\sigma_p^2}\right)$ 。其中,  $\mu_p = 3, \sigma_p = 1$ 。同时假设3个月后到期的看涨期权

权利金为  $\omega = 5$  元/份,每份期权合约对应的标的数量为  $q = 100$  吨,执行价格为  $S = 15$  元/吨,企业购买看涨期权合约的数量为  $n$  份,风险规避参数为  $\lambda = 0.02$ 。到期时通过期权合约购买的原材料数量为  $d_1$ ,通过外部市场购入的原材料数量为  $d_2$ 。

根据“在采购环节购入看涨期权”情形中的公式(1),企业的总利润为:

$$\pi = rD - \omega n - Sd_1 - Pd_2 = 60000 - 5n - 15d_1 - Pd_2,$$

其中,  $d_1 = nq = 100n \leq 3000, d_1 + d_2 = D$ 。

当市场价格大于执行价格,即  $P > 15$  时,企业会行使期权,以价格  $S = 15$  购入数量  $d_1^* = nq$ , 剩余部分的原材料则通过现货市场买入,即  $d_2^* = 3000 - nq$ ; 当市场价格小于等于执行价格,即  $P \leq 15$  时,企业会放弃行权,所需原材料全部从现货市场购入,即  $d_1^* = 0, d_2^* = 3000$ 。

因此,根据该情形下的公式(2),企业的总利润的分段函数为:

$$\pi = \begin{cases} 60000 - 5n - 3000p + 100 \times (P - 15)n, & P > 15 \\ 60000 - 5n - 3000P, & 0 < P \leq 15 \end{cases}$$

根据公式(6),可得到均值方差模型的最优解:

$$n = \frac{qM - \omega - 2\lambda DqJ}{2\lambda q^2(N - M^2)} = 31 \text{ (份)}$$

期权合约的最优购买量上限为  $n_{\max} = D/q = 3000/100 = 30$  份,因此期权合约的最优购买量为  $n^* = \min\{31, 30\} = 30$  份。

企业若不购买看涨期权规避风险,那么经营利润为:  $\pi_0 = rD - PD = 3000 \times (20 - P)$ 。

因此,企业购买期权合约对经营利润的影响值为:

$$\Delta = \pi - \pi_0 = \begin{cases} 3000 \times (P - 15) - 150, & P > 15 \\ -150, & 0 < P \leq 15 \end{cases}$$

## 五、结论与启示

本文首先分析了利用期权合约规避价格波动风险的基本原理,在此基础上分别给出了存货购销两个环节中可供运用的期权策略,其次针对每种期权策略,将现货交易和期权交易视作一个投资组合,求出各个组合的利润函数、期望和方差,最后利用均值-方差模型计算使得投资组合达到效用最大化时所对应的最优期权合约交易量及其对经营利润的影响。本文的主要结论如下:(1)在存货采购环节,企业可以通过购入看涨期权、同时购入看涨期权并售出看跌期权两种策略控制采购价格波动的风险;在存货销售环节,企业可以通过购入看跌期权、同时购入看跌期权并售出看涨期权两种策略来稳定销售利润;(2)针对存货购销各个环节的不同策略分别给出了所对应的总利润函数、期望和方差,利用均值-方差效用模型求出了相应的最优期权合约交易量,并在此基础上给出了各最优期权合约交易量对企业经营利润的影响值,证实了期权工具在控制存货采购价格、稳定销售利润中的良好作用,对日后将期权合约广泛应用于存货购销环节的风险管理进行了有益的探索。

本文试图从理论分析和实际应用两个层面对企业如何运用期权合约规避存货价格风险进行研究。本文的贡献在于分析了购销两个环节中如何运用期权策略、各策略的期权合约最优交易量以及该最优交易量对经营利润的影响,为管理者利用期权工具规避存货价格波动风险提供参考,以弥补传统存货管理研究的不足。现阶段,我国正在积极稳妥地推进金融创新,商品期权的上市指日可待。因此,企业的管理者应该顺应趋势,把握机遇,提前储备期权相关的知识、技能和人才,为商品期权在我国推出之后利用期权工具控制采购价格、稳定销售利润做好充分的准备,以使企业能够在复杂多变的经营环境中立于不败之地。

## 参考文献:

- [1] Krisztina D, Zsolt M. The impact of lean practices on inventory turnover[J]. International Journal of Production Economics, 2011, 133: 154 - 163.

- [2] 张婉君, 张佩. 存货周转效率分析的改进: 引入存货周转天数指标[J]. 财会月刊, 2010(35): 53-56.
- [3] 沈剑飞, 李国政, 王东青. 基于差别定价约束条件构建经济订货量模型[J]. 财会月刊, 2012(27): 45-46.
- [4] Ritchken P H, Tapiero C S. Contingent claims contracting for purchasing decisions in inventory management[J]. Operations Research, 1986, 34: 864-870.
- [5] Golovachkina N, Bradley J. Supplier manufacturer relationships under forced compliance contracts[J]. Manufacturing and Service Operations Management, 2003, 5: 67-69.
- [6] Bengtsson J. Pricing and coordination of supply chains under limited return; the one-period case[R]. Working paper, Department of Production Economics, Linköping Institute of Technology, 2003, WP-309.
- [7] Spinler S, Huchzermeier A, Kleindorfer P R. Risk hedging via options contracts for physical delivery[J]. OR Spectrum, 2003, 25: 379-395.
- [8] 吴桥, 刘南, 庞海云. 结合期权合约与现货市场的原材料采购风险管理[J]. 控制与决策, 2013(3): 334-339.
- [9] 刘忠轶, 陈丽华, 翟昕. 基于期权合约与风险规避型零售商的供应链协调[J]. 系统工程, 2013(9): 63-67.
- [10] 李志斌, 陈昆. 成交量、持仓量对我国大豆类期货价差波动影响的实证分析[J]. 南京审计学院学报, 2014(4): 66-74.
- [11] 李连华, 杨晨杰. 企业金融衍生工具使用效果的实证分析[J]. 财经论丛, 2014(6): 53-60.
- [12] Markowitz H. Portfolio selection[J]. Journal of Finance, 1952, 7: 77-91.

[责任编辑: 杨凤春]

## Research on Optimal Option Contracts Trading Volume in Inventory Purchasing and Selling Processes

GU Xiao'an, FENG Yuanyuan

(Business School, University of Shanghai for Science and Technology, Shanghai 200093, China)

**Abstract:** On the basis of analysis of the principle of using option contracts to avoid the price fluctuations risk, this paper shows the option strategies available in inventory purchasing and selling processes. Then, the mean-variance model is used to determine the optimal option contracts trading volume which maximize the utility of the investment portfolio and its impact on operating profit. The conclusions are as follow: strategies like purchasing call options and the combination of purchasing call options and selling put options in inventory purchasing process can avoid purchasing price fluctuations risk; strategies like purchasing put options and the combination of purchasing put options and selling call options in inventory selling process can stabilize sales profits; from the aspect of the optimal option contracts trading volume and its impact on the operating profit, we find options play a good role in controlling purchase prices and stabilizing sales profits.

**Key Words:** option contracts; inventory management; price fluctuations risk; optimal option contracts trading volume; operating profit; financial derivatives; risk management