金融与保险

前景理论与年金之谜
——基于年金购买意愿判别准则视角

刘广应[1],刘美尧[1],向　静[1],张立文[2]

(1. 南京审计大学 统计与数学学院,江苏 南京 211815;2. 上海财经大学 统计与管理学院,上海 200433)

[摘　要]随着中国进入老龄化社会,养老压力逐步加大。年金作为养老体系的重要支柱,其预期需求也应加大,但现实年金购买量远小于预期,产生了年金之谜。利用行为经济学对年金之谜进行分析,基于累积前景理论的年金价值离散时间模型,建立了投资者是否愿意购买年金的判别准则;利用光滑前景理论,构造了年金行为价值的连续时间模型,也建立了年金购买意愿的判别准则。数值模拟和实证结果发现:损失厌恶是投资者放弃购买年金的主要原因,概率扭曲进一步使得年金失去吸引力,风险态度也影响年金价值。

[关键词]年金之谜;累积前景理论;损失厌恶;概率扭曲;风险厌恶;养老金;养老保险

[中图分类号]F830.5;F840.3　　[文献标志码]A　　[文章编号]2096 - 3114(2020)04 - 0060 - 13

一、引言

年金为投资者或投保人提供一定的现金流,它作为养老金体系的重要组成部分,可以应对因寿命延长而导致储蓄不足的风险,能够为投保人的养老提供有效保障,其意义重大,引起国内外众多学者的关注。Yaari 借助 Fisher 效用函数和 Marshall 效用函数发现,在完全竞争市场,无遗赠动机的退休人员应将全部积蓄转化为年金,实现效用最大化[1];Davidoff 等提出在不完全竞争市场年金可以增加福利[2];Peijnenburg 等发现违约风险和背景风险并存时,如果退休后能进行储蓄,那么完全年金化仍是最佳选择[3]。一些国内学者也指出需要大力发展年金市场,发挥年金优势,应对我国日益严峻的老龄化形势[4-5]。然而实践表明年金需求远小于预期,大多数退休人员并没有将退休资金充分转化为年金[6]。在我国,郑秉文指出商业养老保险密度小,仅 185.56 元/人,深度低至 0.4%,占 GDP 比重仅为 2.6%,商业年金的购买比例极低[7]。为什么大多数退休人员拒绝资产年金化?这就产生了年金之谜(annuity puzzle)。

已有许多文献在理性选择理论框架下对年金价值进行了研究,对年金之谜进行了解释。在考虑消费和储蓄情形下,经典的生命周期模型预示着年金化水平低下[8]。Dushi 和 Webb 的研究也表明较少的退休储蓄金会导致年金化水平较低[9]。Hakansson、Poterba 发现年金流动性不足会降低年金的受欢迎程度[10-11]。Friedman、Mitchell 等发现当市场是不完全竞争市场时,非精算公平定价方式会进一步使年金不受欢迎[12-13]。此外,家庭成员的风险分担、社会保障、老年卫生保健支出等均是导致年金化水平不高的重要因素[6,14-15]。国内也有一批学者对年金之谜进行了研究。王晓军和单戈通过构建精算财务模型发现,将遗赠动机纳入福利框架时,资产年金化次优[16]。王晓军和路倩认为逆向选择、长寿风险等因

[收稿日期]2019 - 11 - 11

[基金项目]国家社会科学基金项目(19BTJ035);国家自然科学基金项目(11601313);江苏省自然科学基金项目(BK20181417);江苏省高等学校自然科学研究重大项目(17KJA110001);江苏省研究生科研与实践创新计划项目(KYCX19_1523)

[作者简介]刘广应(1980—),男,安徽合肥人,南京审计大学统计与数学学院教授,硕士生导师,主要研究方向为金融风险管理、应用统计,邮箱:liugying@nau.edu.cn;刘美尧(1995—),女,江苏南通人,南京审计大学统计与数学学院硕士生,主要研究方向为金融统计;向静(1994—),女,湖南岳阳人,南京审计大学统计与数学学院硕士生,主要研究方向为金融统计;张立文(1984—),男,安徽庐江人,上海财经大学统计与管理学院副教授,博士生导师,主要研究方向为金融统计、数据挖掘。

素,抑制了人们对年金的需求[17]。陈泽和陈秉正发现投资者对流动性的担忧会削弱其资产年金化意愿[18]。关于年金之谜的更多研究结果,可参见秦云和郑伟的综述文献[19]。针对上述因素,保险公司尝试设计新年金产品,以克服这些局限性和弊端,但年金市场依旧缺乏吸引力,年金之谜还需进一步分析研究。Brown 指出不仅要从理性角度分析年金之谜,还要从行为角度进行分析[20]。

上述文献都是基于理性人假设对年金价值进行分析,但个人在做经济决策时很难满足理性人假设,常受个人心理、行为等因素影响。Hu 和 Scott 利用行为经济学的累积前景理论(Cumulative Prospect Theory, CPT)对年金进行了行为价值分析[21]。行为经济学最初由 Kahneman 和 Tversky 于 1979 年提出,他们将个体主观感受等因素纳入到经济决策过程,建立了前景理论[22];由于前景理论违反了一阶随机占优性质,Tversky 和 Kahneman 提出了累积前景理论,以克服这个不足[23]。Camerer 和 Lovallo 指出,对于非理性过度自信投资者,购买年金会导致资金流动性不足,失去了控制权,因此年金不具有吸引力,他们更倾向于自己处理资产[24]。Hu 和 Scott 通过构建心理账户,运用累积前景理论研究年金价值,研究显示损失厌恶是导致这一谜题产生的主要原因[21]。在 Hu 和 Scott 的研究基础上,Chen 等利用累积前景理论对年金进行了深入分析[25]。单戈和王晓军结合累积前景理论与传统精算模型分析年金价值,指出遗赠动机、保险成本和投资机会成本都会显著影响年金的吸引力[26];还有一些文献利用前景理论分析年金价值,对中国市场进行实证分析[27-28]。

上述从行为经济学视角研究年金的文献,只针对离散时间情形,利用前景理论分析了年金价值。针对连续时间情形,如何利用前景理论分析年金价值未见公开文献给予分析,如何将离散时间和连续时间两种模型纳入统一框架对年金价值进行深入分析,也有待研究。本文拟对 Hu 和 Scott 的研究结果[21]进行推广,主要有以下贡献:一是利用光滑情景理论(smooth prospect theory,SPT),构造连续时间情形下的年金价值模型,建立年金行为价值数学表达式;二是将离散时间和连续时间年金行为价值模型纳入统一框架,构建两个充分条件,作为投资者年金购买愿意的判别准则,从理论上分析年金之谜主要因素,数值模拟研究表明构建的充分条件与充要条件非常接近;三是通过行为参数敏感性分析和实证分析发现,损失厌恶是导致年金不受欢迎的主要原因,概率扭曲也会降低人们购买年金的意愿。

二、基于前景理论的年金价值

本文主要研究即期年金的价值分析。即期年金实际上是一项合约,购买人一次性付款 W 元,其在剩余寿命期间每年所获得收入为 1 元。本文借助累积前景理论[23]和光滑前景理论[29]分析年金之谜。与期望理论相比,前景理论将个人对损失、收益以及概率的主观理解纳入决策模型。

前景理论模型有三个关键点:价值函数、损失收益参考点和权重函数。已知风险结果为 x,则价值函数

$$v(x) = \begin{cases} x^{\alpha}, & x > 0 \\ -\delta(-x)^{\beta}, & x \leqslant 0 \end{cases} \quad 0 < \alpha \leqslant \beta \leqslant 1$$

这里 α 和 β 同时大于 0,意味着 $v(x)$ 导数大于 0,为财富 x 的单调递增函数,α 和 β 同时小于等于 1 意味着 $v(x)$ 二阶导数小于等于 0,反映价值函数的边际效用递减特性。Tversky 和 Kahneman 实证研究发现,损失厌恶参数 δ 通常取值为 2.25,α 取值为 0.88,β 取值为 0.9[23]。α 和 β 代表投资者对收益和损失的敏感度,分别为正收益风险态度参数和负收益风险态度参数,统称为风险态度参数。一般情况下,由于投资者为损失厌恶型,所以 $\beta \geqslant \alpha$。如果 $\alpha > \beta$,那么上述值函数 $v(x)$ 不能反映出损失厌恶特征。当 $\delta = 1$ 且 $\alpha = \beta$ 时,两者绝对值相同,也就是说绝对损益相同,此时投资者则为传统投资者。常数 $\delta > 1$ 说明投资者是损失厌恶型,且 δ 与损失厌恶程度正相关,δ 值越大说明投资者越厌恶损失。当 $\alpha = \beta = 1$ 时,投资者为风险中性;当 α 和 β 同时大于 0 且小于 1 时,投资者具有风险规避特征,α 和 β 值越小说明投资者越讨厌风险。

x 是参考点的函数,参考点通常假定为当前财富状况,那么 x 则表示实际结果与参考点的差值。对于

年金投资者来说,通常选取一次性付款额(费用)W 元作为参考点,假设年金收益人的剩余寿命为 T,那么风险结果值可表示为净收益 X_T, X_T = 总贴现收入 $- W$ 。X_T 大于0说明投资者获得收益,X_T 小于0说明遭受损失。剩余寿命 T 具有不确定特性,可用随机变量来描述,所以净收益 X_T 也是依赖于 T 的随机变量。当 T 是连续随机变量时,理论模型为连续时间情形。

(一) 离散时间情形的年金价值

Kahneman 和 Tversky 针对收益和损失情形,分别定义了权重函数[23]:

$$w^+(p) = \frac{p^{\gamma_1}}{[p^{\gamma_1} + (1-p)^{\gamma_1}]^{1/\gamma_1}},\ w^-(p) = \frac{p^{\gamma_2}}{[p^{\gamma_2} + (1-p)^{\gamma_2}]^{1/\gamma_2}} \tag{1}$$

其中 p 表示(累积) 概率,参数 γ_1 和 γ_2 表示概率的扭曲程度,$0 < \gamma_i \leqslant 1$, $i = 1, 2$。w^+、w^- 表示收益和损失时的权重函数。Tversky 和 Kahneman 给出 γ_1 和 γ_2 的估计值分别为0.69和0.61[23]。权重函数呈S型,个人做决策时,倾向于对大概率事件赋予小权重,对小概率事件赋予大权重。$\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ 时,$w^+(p) = w^-(p) = p$,此时不存在概率扭曲。γ_1 和 γ_2 值越小,概率扭曲现象越严重。因此,γ_1 和 γ_2 称为概率扭曲参数。对投资决策 X 所有可能的结果进行排序后,可得:$x_1 < x_2 < \cdots < x_k < 0 \leqslant x_{k+1} < \cdots < x_{\bar{T}}$ 。

记 p_i 为投资结果是 x_i 的概率,即 $p_i = P(X = x_i)$,则可以定义最终的决策权重函数:

$$\pi(x_i) = w^+(p_i + \cdots + p_{\bar{T}}) - w^+(p_{i+1} + \cdots + p_{\bar{T}}),\ 0 \leqslant x_i < x_{\bar{T}}$$

$$\pi(x_{\bar{T}}) = w^+(p_{\bar{T}}) = w^+[P(X = x_{\bar{T}})]$$

$$\pi(x_i) = w^-(p_1 + \cdots + p_i) - w^-(p_1 + \cdots + p_{i-1}),\ x_1 < x_i < 0$$

$$\pi(x_1) = w^-(p_1) = w^-[P(X = x_1)]$$

在概率扭曲和损失厌恶同时存在情况下,根据累积前景理论可知,期望风险价值表达式如下:

$$V_d^{PTd}(X) = \sum \pi(x_i)v(x_i) \tag{2}$$

上标 PTd 表示存在概率扭曲时的前景理论(the Prospect Theory case with probability distortion),下标 d 代表离散时间(discrete time)。在连续时间(continuous time)情况下,用下标 c 来表示。当 $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ 时,此时不存在概率扭曲,用 $V_d^{PT}(X)$ 表示。与前景理论[22] 相比,累积前景理论具有一阶随机占优性质,并且可以应用到多个可能的投资结果,克服了前景理论违反一阶随机占优理论的局限性。注意:$\sum \pi(x_i)$ 并不一定为1,当不存在概率扭曲($\gamma_1 = \gamma_2 = 1$) 时,$\pi(x_i) = p_i$,即为概率权重,且 $\sum \pi(x_i) = 1$。一般情况下,$\pi(x_i) \geqslant 0$,$\Pi = \sum \pi(x_i) \leqslant 1$,令 $p_i^w = \pi(x_i)/\Pi$,则有 $p_i^w \geqslant 0$ 且 $V_d^{PTd}(X) = \Pi \sum p_i^w v(x_i)$, $\sum p_i^w = 1$ 。因此,p_i^w 可以看成原概率 p_i 在概率扭曲情况下的概率变换值,$V_d^{PTd}(X)$ 可视为概率测度 P^w 下 $v(X)$ 数学期望的 Π 倍,可用 E^w 表示,即 $V_d^{PTd}(X) = \Pi E^w v(X)$。在 $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$ 不存在概率扭曲时,$V_d^{PT}(X) = Ev(X)$,表示随机变量在原概率测度的数学期望。

退休人员投资 W_d 元购买即期离散年金,并在第 $T_d(T_d = 1, \ldots, L_d)$ 年死亡,每年获得年金收入为1元,利率为 r,L_d 表示剩余寿命的最大值,且为正常数。在此情形下,净收益 X_T 具有如下表达式:

$$X_{T_d} = \sum_{t=1}^{T_d} \frac{1}{(1+r)^t} - W_d =: K\left[1 - \frac{1}{(1+r)^{T_d}}\right] - W_d,\ K = \frac{1}{r}$$

W_d 表示离散状态下一次性付款额(费用)。根据传统期望效用理论,离散时间状态下年金公平价格 $W_d = E\left[\sum_{t=1}^{T_d} \frac{1}{(1+r)^t}\right] = K\left\{1 - E\left(\frac{1}{(1+r)^{T_d}}\right)\right\}$, 那么,净收益为:

$$X_{T_d} = K\left\{E\left[\frac{1}{(1+r)^{T_d}}\right] - \frac{1}{(1+r)^{T_d}}\right\} \tag{3}$$

在无概率扭曲时,当(2)式投资决策 X 为年金 A 时,该式定义风险总值 $V_d^{PTd}(X)$转化为 $V_d^{PT}(A)$:

$V_d^{PT}(A)=Ev(X_{T_d})=\sum_{t=1}^{L_d}v(x_t)p_t,\ p_t=P(T_d=t)$。$x_t$ 表示 $T_d=t$ 时 X_{T_d} 风险结果值。出现概率扭曲时，年金风险总值为：

$$V_d^{PTd}(A)=\Pi E^w v(X_{T_d})=\Pi\sum_{t=1}^{L_d}v(x_t)p_t^w,\ p_t^w=\frac{\pi(x_t)}{\Pi}$$

（二）连续时间情形的年金价值

Rieger 和 Wang 将累积前景理论从离散时间状态推广到连续时间状态，得到了光滑前景理论[29]。假设 $f_X(x)$ 是净收益 X_T 概率密度函数，那么风险总值为：

$$V_c^{PTd}(X_T)=\frac{\int v(x)f_X(x)^\gamma dx}{\int f_X(x)^\gamma dx}=\int v(x)\frac{f_X(x)^\gamma}{\int f_X(x)^\gamma dx}dx=:E^w v(X_{T_c})$$

x 是 X_T 风险结果值，这里 $\frac{f_X(x)^\gamma}{\int f_X(x)^\gamma dx}$ 可以看成概率扭曲情况下概率密度函数。参数 γ 和(1)式中 γ_1、γ_2 一样仍表示概率扭曲参数，一般可取为 γ_1 与 γ_2 的平均值，即为 0.65。当 $\gamma=1$ 时，$V_c^{PTd}(X_T)$ 等价于无概率扭曲时的风险总值 $V_c^{PT}(X_T)$：

$$V_c^{PT}(X_T)=Ev(X_{T_c})=\int v(x)f_X(x)dx \tag{4}$$

退休人员将 W_c 元用于购买即期连续年金，在剩余寿命 T_c 期间，购买人每年年金收入为 1 元。L_c 表示剩余寿命的最大值，且为正常数，有 $0\leqslant T_c\leqslant L_c$。$f_T$ 表示剩余寿命 T_c 的密度函数，则净收益 X_{T_c} 为：

$$X_{T_c}=\int_0^{T_c}e^{-rt}dt-W_c=K(1-e^{-rT_c})-W_c$$

在传统期望效用理论框架下，连续时间情形的公平价格 $W_c=E\int_0^{T_c}e^{-rt}dt=K[1-E(e^{-rT_c})]$

进一步，净收益可简化为：

$$X_{T_c}=K[E(e^{-rT_c})-e^{-rT_c}] \tag{5}$$

无概率扭曲时（$\gamma=1$），(4)式定义的风险总值 $V_c^{PT}(X_T)$ 可转化为年金价值：$V_c^{PT}(A)=E[v(X_{T_c})]=\int_0^{L_c}v(x_t)f_T(t)dt$。$x_t$ 表示 $T_c=t$ 时刻 X_{T_c} 的风险结果。存在概率扭曲时，风险总值 $V_c^{PTd}(X_T)$ 变为：

$$V^{PTd}(A)=E^w[v(X_{T_c})]=\frac{\int_0^{L_c}v(x_t)f_T(t)^\gamma dt}{\int_0^{L_c}f_T(t)^\gamma dt}$$

三、基于前景理论年金购买意愿的判别准则

在上一节我们给出两种情形下年金价值理论公式，本节将分析投资者具有什么行为属性时年金对该投资者具有吸引力，投资者愿意购买年金，并分析能否根据投资者的行为属性快速判别该投资者是否愿意购买某一年金产品，建立相应的判别准则。由于概率扭曲对投资者的决策行为产生一定影响，因此我们分别从无概率扭曲和有概率扭曲两个方面进行研究。

（一）无概率扭曲时的判别准则

由上文可知 $K=\frac{1}{r}$，则有：

$$E|X_T|\leqslant K \tag{6}$$

这里 X_T 为包括 X_{T_d} 和 X_{T_c} 两种情形的净收益，式(6)证明因篇幅所限，留存备索。此外，年金价值

$V^{PT}(A)[=Ev(X_T)]$ 既包括离散时间情形,又包括连续时间情形。下面给出决策者是否愿意投资年金的判别准则。

定理 1　假设 $0<\alpha\leqslant\beta\leqslant 1$,对于即期年金来说,有以下结果:

(1) 当投资者损失厌恶参数

$$\delta > K^{\alpha-\beta}\left(\frac{E\mid X_T\mid}{2K}\right)^{\alpha-1} =: \delta_{un} \tag{7}$$

成立时,有 $V^{PT}(A)<0$,此时年金不受该投资者欢迎,投资者没有购买年金的意愿(undesirable)。

(2) 当损失厌恶参数

$$\delta \leqslant K^{\alpha-\beta}\left(\frac{E\mid X_T\mid}{2K}\right)^{1-\beta} =: \delta_{de} \tag{8}$$

成立时,有 $V^{PT}(A)\geqslant 0$,此时年金受该投资者欢迎。换言之,投资者有购买年金意愿(desirable)。

定理 1 证明未列,备索,由定理 1 可得如下推论:

推论 1　若投资者为风险中性,此时 $\alpha=\beta=1$,则有 $\delta_{un}=\delta_{de}=1$。当且仅当 $\delta>1$ 时,$V^{PT}(A)<0$。

注 1　根据 $0<\alpha\leqslant\beta\leqslant 1$ 和(6)式,有 $\delta_{un}\geqslant\delta_{de}$。当 $\alpha=\beta=1$ 时,推论 1 则给出了 $V^{PT}(A)<0$ 的充要条件,即 $V^{PT}(A)<0\Leftrightarrow\delta>\delta_{un}=1$。换句话说,当 δ_{un} 与 δ_{de} 之间的距离 $\mid\delta_{un}-\delta_{de}\mid$ 为 0 时,$\delta>\delta_{un}=1$ 是 $V^{PT}(A)<0$ 的充要条件。距离 $\mid\delta_{un}-\delta_{de}\mid$ 越小,说明定理 1 判别条件(7)式和(8)式越接近 $V^{PT}(A)<0$ 的充要条件。事实上,接下数值例子表明距离 $\mid\delta_{un}-\delta_{de}\mid$ 通常较小。

注 2　定理 1 结果(1)是退休人员(或投资者)放弃购买年金的判别准则。对于具有参数 δ 退休人员,一旦 $\delta>\delta_{un}$ 成立,购买年金会遭受损失,他/她将不再投资年金。对于损失厌恶($\delta>1$)型投资者,判别条件(7)式非常容易满足。当投资者为风险中性($\alpha=\beta=1$)时,根据推论 1 可知,损失厌恶($\delta>1$)导致退休人员放弃购买年金。若 $\alpha\leqslant\beta<1$ 成立,(7)式等价于 $E\mid X_T\mid>2K\delta^{\frac{1}{\alpha-1}}K^{\frac{\beta-\alpha}{\alpha-1}}$。当 $\delta=2.25$,$\alpha=0.88$,$\beta=0.9$ 时,离散时间和连续时间状态下,$2K\delta^{\frac{1}{\alpha-1}}K^{\frac{\beta-\alpha}{\alpha-1}}\approx 0.03$(通常情况下,市场利率 $r=5\%$),由于(7)式(或等价条件 $E\mid X_T\mid>0.03$)容易满足,因此投资者倾向于不投资这种年金。依据传统的期望效用理论可知投资年金利大于弊,但在实际中投资者通常是损失厌恶型,他们会拒绝购买年金,因此年金之谜得以解释。注意判别条件(7)式是充分非必要的,也即条件不成立,结论 $V^{PT}(A)<0$ 依然有可能成立。

注 3　定理 1 结果(2)给出了投资者愿意购买年金的判别准则。对于具有参数 δ 投资者,$\delta<\delta_{de}$ 成立时,他/她将会投资年金。$\alpha\leqslant\beta$ 时(6)式和(7)式表明 $\delta\leqslant K^{\alpha-\beta}2^{\beta-1}$,此时 $\delta\leqslant 1$ 且投资者并不厌恶损失,但是由于投资者通常为损失厌恶型,所以判别条件(8)式难以成立。

注 4　定理 1 给出了投资者是否愿意购买年金的两个判别准则,并对造成年金之谜的重要因素进行了分析。由注 1 和注 2 可知,损失厌恶是导致年金之谜产生的重要因素之一,Hu 和 Scott 仅针对离散时间情形,也分析得出相同结论[21],但没有建立相应的连续时间模型,也没有建立一个理论判别准则,判断投资者是否愿意购买年金。

注 5　Hu 和 Scott 通过实证研究发现,若投资者厌恶损失($\delta>1$)就不会购买年金[21]。但本文注 2 从理论分析角度表明 $\delta>1$ 只是不购买年金的充分非必要条件。后面的例子也表明 $\delta>1$ 时投资者有可能投资年金,即一些投资者即使厌恶损失,也会购买年金,这能够解释为什么年金市场虽整体低迷但仍然存在。

下面通过举例分析定理 1 的判别条件(7)式和(8)式。例 1 主要讨论剩余寿命服从离散时间均匀分布的情形,例 2 则主要讨论剩余寿命服从连续时间 Gompertz-Makeham 分布的情形。这两种分布是描述剩余寿命时常见的分布,更多关于寿命分布的细节可参见 Marshall、Gerber 等的研究[30-31]。

例1 (离散时间均匀分布)假设一个60岁的退休者(投资者),其剩余寿命 T_d 服从均匀分布,$T_d = 1,...,L_d$。那么 $p_t = P(T_d = t) = \frac{1}{L_d}$, $t = 1,...,L_d$。根据实际金融市场利率水平 $r = 5\%$。根据中国人身保险业经验生命表(2010—2013),考虑100岁以上死亡人口很少,与均匀分布假设较远,故我们选择预期最长剩余寿命 $L_d = 40$,$\alpha = 0.88$,$\beta = 0.9$,则有 $E|X_{T_d}| = 3.9815$,$\delta_{un} = 1.2423$,$\delta_{de} = 0.7478$。

由于 $V^{PT}(A)$ 是关于 δ 线性函数,当 $\delta = 1.0144 =: \delta_0$ 时,有 $V^{PT}(A) = 0$。若 $\delta > \delta_0$,则 $V^{PT}(A) < 0$,对于 $\delta > \delta_0$ 的投资者,其不愿意购买年金;当 $\delta < \delta_0$ 时,则会购买年金。因此,$V^{PT}(A) < 0$ 充要条件为 $\delta > \delta_0$。

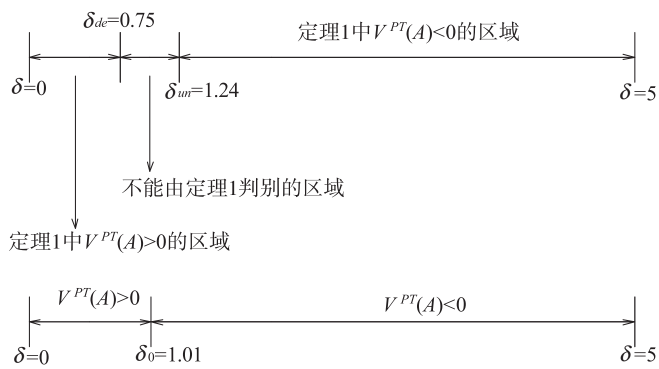

图1 投资者是否愿意购买年金的判别准则图

图1展示了判别条件(7)式、(8)式和充要条件之间的关系。条件(7)式和(8)式在区间 $(0,\delta_{de}] \cup (\delta_{un},+\infty)$ 上能识别 $V^{PT}(A)$,在区间 $(\delta_{de},\delta_{un}]$ 上不能识别 $V^{PT}(A)$。由于区间长度 $|\delta_{de} - \delta_{un}| = 0.4945$ 较小,因此从某种意义上来说,条件(7)式和(8)式接近于充要条件,也即,对于剩余寿命为离散均匀分布时,定理1提出的判别准则合理有效。

为了解不同市场和不同投资者的情况,表1列出了不同情形(α 和 β 取值不同)δ_{de}、δ_{un}、δ_0 取值。为方便比较和更好地观察结果,本文计算了 $r = 3\%$ 时不同市场的临界值,同时也考虑了 $L_d = 60$ 情形。结果表明,这两种情形与 $r = 5\%$,$L_d = 40$ 的情形类似。

表1 剩余寿命服从离散均匀分布时不同情形的临界值

$\alpha=0.88$, $\beta=0.9$					$\alpha=\beta=0.88$				
L_d	r	δ_{de}	δ_{un}	δ_0	L_d	r	δ_{de}	δ_{un}	δ_0
40	5%	0.7478	1.2423	1.0144	40	5%	0.7582	1.3190	1.0507
	3%	0.7276	1.2553	0.9904		3%	0.7427	1.3465	1.0310
60	5%	0.7510	1.2359	1.0347	60	5%	0.7620	1.3123	1.0750
	3%	0.7391	1.2319	1.0005		3%	0.7568	1.3213	1.0463

例2 (连续时间 Gompertz-Makeham 分布)假定剩余寿命 T_c 服从 Gompertz-Makeham 分布,其概率密度函数如下:

$$f(t) = \begin{cases} (\eta + \theta e^{\vartheta t}) e^{-\left(\eta t + \theta \frac{e^{\vartheta t}-1}{\vartheta}\right)}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

其中分布形状参数 η 和 θ 都大于0,尺度参数 $\vartheta > 0$。该分布常用来描述剩余寿命。我们利用中国人身保险业经验生命表(2010—2013)的CL1[非养老类业务一表(男)]数据,对参数 η、θ、ϑ 进行极大似然估计,估计结果为 $\eta = 1.6357 \times 10^{-3}$、$\theta = 8.3185 \times 10^{-3}$、$\vartheta = 0.1123$。图2画出了经验概率密度曲线和拟合概率密度曲线,我们发现两者非常接近。

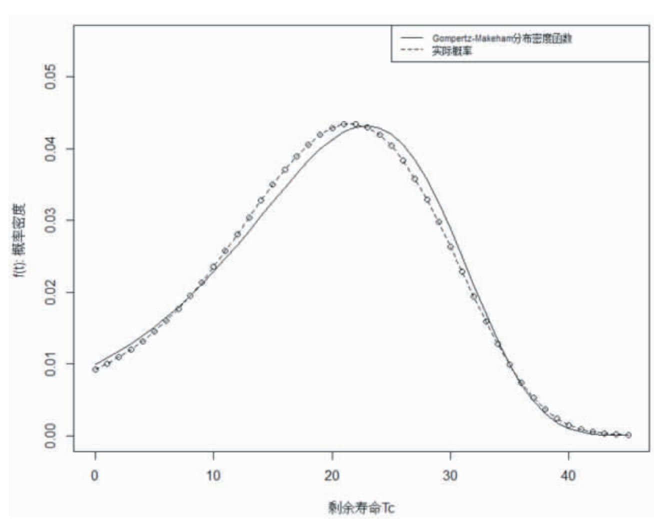

图2 中国保险业经验生命表(2010—2013)经验概率密度曲线及其拟合 Gompertz-Makeham 密度曲线图

表2列出当参数上升或下降30%且剩余寿命服从 Gompertz-Makeham 分布时不同情形下 δ_{de}、δ_{un}、δ_0 值。为方便比较结果,我们同时考虑了 $r = 3\%$ 时市场中计算结果,与 $r = 5\%$ 结果类似,由于篇幅所限,未列出。观察

表2可以得出以下结论：(1) 距离 $|\delta_{un}-\delta_{de}|$ 都较小，比如在 $\vartheta=0.1123$、$\alpha=0.88$、$\beta=0.9$ 市场中，当 $\eta\times10^3=1.6357$、$\theta\times10^3=8.3185$ 时，$|\delta_{un}-\delta_{de}|=0.5596$，即定理1判别条件(7)式和(8)式接近于充要条件。(2) δ_0 值全大于1，表明此时损失厌恶($\delta>1$)是投资者不购买年金的必要条件，说明损失厌恶是造成年金化水平低下主要因素。对于具有较大损失厌恶参数 δ 投资者，判别条件(7)式非常弱，很容易成立，此时年金不受欢迎，该结果能解释年金之谜。

表2　剩余寿命服从连续 Gompertz-Makeham 分布时不同情形的临界值($r=5\%$)

$\vartheta=0.1123,\alpha=0.88,\beta=0.9$					$\vartheta=0.1123,\alpha=0.88,\beta=0.88$				
$\eta\times10^3$	$\theta\times10^3$	δ_{de}	δ_{un}	δ_0	$\eta\times10^3$	$\theta\times10^3$	δ_{de}	δ_{un}	δ_0
	5.8230	0.7221	1.2955	1.0485		5.8230	0.7270	1.3755	1.0829
1.1450	8.3185	0.7258	1.2877	1.0385	1.1450	8.3185	0.7314	1.3672	1.0724
	10.8141	0.7278	1.2834	1.0302		10.8141	0.7338	1.3627	1.0634
	5.8230	0.7232	1.2932	1.0479		5.8230	0.7283	1.3731	1.0825
1.6357	8.3185	0.7265	1.2861	1.0379	1.6357	8.3185	0.7323	1.3655	1.0719
	10.8141	0.7283	1.2822	1.0296		10.8141	0.7345	1.3614	1.0629
	5.8230	0.7241	1.2911	1.0472		5.8230	0.7295	1.3708	1.0820
2.1265	8.3185	0.7272	1.2846	1.0372	2.1265	8.3185	0.7332	1.3639	1.0713
	10.8141	0.7289	1.2811	1.0290		10.8141	0.7352	1.3602	1.0623

注：为方便展示，用 $\eta\times10^3$ 和 $\theta\times10^3$ 来代替 η 和 θ。表中1.1450(η)和5.8230(θ)均表示估计参数下降30%情形，2.1265和10.8141均表示参数上升30%情形(下同)。

(二) 存在概率扭曲情形的判别准则

当决策者对概率理解存在扭曲时，考虑到离散时间和连续时间两种情形，本文用 $V^{PTd}(A)$ 表示年金的行为价值。令

$$a=\frac{E^w|X_T|1_{X_T}>0}{E^w|X_T|} \tag{9}$$

则 $0<a<1$，$E^w|X_T|1_{X_T}>0=aE^w|X_T|$，$E^w|X_T|1_{X_T<0}=(1-a)E^w|X_T|$，由此可给出存在概率扭曲时投资者是否愿意购买年金的两个判别准则。

定理2　假定 $0<\alpha\leqslant\beta\leqslant1$，对于即期年金来说，有以下结果：

(1) 当损失厌恶参数

$$\delta>K^{\alpha-\beta}\frac{a^{\alpha}}{1-a}\left(\frac{E^w|X_T|}{K}\right)^{\alpha-1}=:\delta_{un}^{d} \tag{10}$$

成立时，有 $V^{PTd}(A)<0$，此时年金不受欢迎，投资者没有购买年金意愿。

(2) 当损失厌恶参数

$$\delta\leqslant K^{\alpha-\beta}\frac{a}{(1-a)^{\beta}}\left(\frac{E^w|X_T|}{K}\right)^{1-\beta}=:\delta_{de}^{d} \tag{11}$$

成立时，有 $V^{PTd}(A)\geqslant0$，此时年金深受欢迎，投资者有购买年金意愿。

定理2证明由于篇幅所限，未列备索。由定理2可得出以下推论。

推论2　假设 $\alpha=\beta=1$，此时投资者为风险中性型，那么 $\delta_{un}^{d}=\delta_{de}^{d}=\frac{a}{1-a}$，当且仅当 $\delta>\delta_{un}^{d}$ 时，$V^{PTd}(A)<0$。

注6　$\gamma=1$ 或 $\gamma_1=\gamma_2=1$ 时，即此时无概率扭曲，$a=\frac{1}{2}$，且 $\left(\frac{a^{\alpha}}{1-a}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}}=\left(\frac{a}{(1-a)^{\beta}}\right)^{\frac{1}{\beta-1}}=2$，从定理2可以推出定理1。当 $\alpha=\beta=1$ 时有 $\delta_{un}^{d}=\delta_{de}^{d}$，推论2给出了 $V^{PTd}(A)<0$ 的充要条件，即 $\delta>\delta_{un}^{d}=\frac{a}{1-a}\Leftrightarrow V^{PTd}(A)<0$。和注1类似，距离 $|\delta_{un}^{d}-\delta_{de}^{d}|$ 越小，定理2判别条件(10)式和(11)式越接近

于 $V^{PTd}(A) < 0$ 的充要条件。

注 7　通过附录中(6)式的证明，我们可以证出：

$$E^w|X_T| \leq K \tag{12}$$

下面分析定理 2 结果(1)。由(12)式可知，当 $\delta > \dfrac{a^\alpha K^{\alpha-\beta}}{1-a} =: h(a)$ 成立时，(10)式成立。当 $0 < a < 1$ 时，函数 $h(a)$ 关于 a 递增。设 a_0 使得 $h(a_0) = 1$，当 $a < a_0$ 时，有 $h(a) < 1$，故条件 $\delta > h(a)$ 得不到 $\delta > 1$，这意味着损失厌恶($\delta > 1$)并不是年金不受欢迎的必要条件。和注2相比，概率扭曲改变了损失厌恶的必要性。事实上，下面的例2(续)表明，在没有损失厌恶的情况下，$\delta < 1$ 时年金也可能是不受欢迎。Hu 和 Scott 通过实证分析，认为损失厌恶是年金不受欢迎的必要条件[21]。当 $a > a_0$ 时有 $h(a) > 1$ 和 $\delta > 1$，此时损失厌恶是年金不受欢迎的必要条件。注意判别条件(10)式是年金不受欢迎的充分非必要条件。

注 8　对于定理 2 结果(2)，当判别条件(11)式成立时，由(10)式，可得 $\delta \leq \dfrac{aK^{\alpha-\beta}}{(1-a)^\beta} =: g(a)$。当 $0 < a < 1$ 时，函数 $g(a)$ 关于 a 递增。设 a_1 使得 $g(a_1) = 1$ 成立。当 $\delta \leq g(a)$ 和 $a < a_1$ 时，有 $g(a) < 1$ 和 $\delta \leq 1$，进而，由于投资者通常为损失厌恶型，此时判别条件(11)式通常难以成立。当 $a > a_1$ 时，有 $g(a) > 1$ 和 $\delta \leq g(a)$，此时判别条件(11)式相对容易成立。

例 2　(续，概率扭曲情形下的 Gompertz-Makeham 分布)表 3 给出了概率扭曲参数 γ 为 0.65 时不同市场中 δ_{de}^d、δ_{un}^d 和 δ_0^d 的临界值，δ_0^d 为使得 $V^{PTd}(A) = 0$ 的 δ 值。通过观察表 3 和表 2 有以下一些结论：(1)距离 $|\delta_{un}^d - \delta_{de}^d|$ 都很小，比如在 $\vartheta = 0.1123$，$\alpha = 0.88$，$\beta = 0.9$ 的市场中，当 $\eta \times 10^3 = 1.6357$，$\theta \times 10^3 = 8.3185$ 时，$|\delta_{un}^d - \delta_{de}^d| = 0.2328$，表明定理 2 中的判别条件(10)式和(11)式接近于 $V^{PTd}(A) < 0$ 充要条件。(2)无概率扭曲情形下，δ_0 值全大于 1，这意味着损失厌恶($\delta > 1$)是投资者不够买年金的必要条件，在概率扭曲情形中，δ_0^d 值几乎都小于 1，这表明概率扭曲改变了损失厌恶导致年金不受欢迎这一结果的必要性，这也是 $V^{PTd}(A) < 0$ 的主要原因。换句话说，即使投资者不损失厌恶，即 $\delta \leq 1$，仅有的概率扭曲也可以使得年金不受欢迎。(3)概率扭曲使得 δ_0^d 小于其在无概率扭曲情形下的 δ_0 值，表明概率扭曲使得 $\delta > \delta_0^d$ 更易成立，导致年金更加不受欢迎。

表 3　剩余寿命服从连续 Gompertz-Makeham 分布时不同市场的临界值($r = 5\%$)

$\vartheta = 0.1123, \alpha = 0.88, \beta = 0.9$					$\vartheta = 0.1123, \alpha = 0.88, \beta = 0.88$				
$\eta \times 10^3$	$\theta \times 10^3$	δ_{de}^d	δ_{un}^d	δ_0^d	$\eta \times 10^3$	$\theta \times 10^3$	δ_{de}^d	δ_{un}^d	δ_0^d
	5.8230	0.6783	0.8974	0.8503		5.8230	0.7037	0.9528	0.8800
1.1450	8.3185	0.7345	0.9673	0.9101	1.1450	8.3185	0.7617	1.0270	0.9413
	10.8141	0.7760	1.0213	0.9546		10.8141	0.8042	1.0844	0.9868
	5.8230	0.6849	0.9037	0.8570		5.8230	0.7107	0.9595	0.8871
1.6357	8.3185	0.7404	0.9732	0.9161	1.6357	8.3185	0.7678	1.0333	0.9476
	10.8141	0.7813	1.0270	0.9601		10.8141	0.8098	1.0904	0.9925
	5.8230	0.6916	0.9102	0.8638		5.8230	0.7177	0.9664	0.8942
2.1265	8.3185	0.7463	0.9792	0.9221	2.1265	8.3185	0.7740	1.0397	0.9539
	10.8141	0.7867	1.0327	0.9656		10.8141	0.8154	1.0964	0.9983

四、敏感性分析

从第三部分年金理论价值分析可以看出，较大的损失厌恶参数 δ 是导致年金不受欢迎的主要因素，而概率扭曲参数 γ 会使得年金更加不受欢迎。为探讨行为参数 δ、γ、α、β 如何影响投资者的年金心理价值，在此部分进行敏感性分析。

基于预期理论年金的公平价格记为 A_{ET}，即使得 $EX_T = 0$ 的 W 值，可理解为市场价格。基于前景理论的心理价格(心理价值)记为 A_{PT}，即使得 $V^{PTd}(A) = 0$ 时 W 值。理论上最大可接受相对价格 R_1 定义为：$R_1 = A_{PT}/A_{ET}$。$R_1 > 1$ 表明心理价值高于理论公平价格，投资者选择购买年金，此时年金深受欢迎。$R_1 <$

1 说明心理价值低于理论公平价格,投资者不会购买年金,年金是不受欢迎的产品。因此,$R_1 < 1$ 可用来解释年金之谜,$R_1 > 1$ 是解释年金市场存在的原因。考虑到离散的均匀分布与实际剩余寿命分布相差较大,连续时间 Gompertz-Makeham 分布与实际分布拟合较好(图 2),本节敏感性分析只考虑连续时间 Gompertz-Makeham 分布情形。

(一)损失厌恶参数 δ 敏感性分析

首先研究理论上最大可接受价格 R_1 和损失厌恶参数 δ 的关系。图 3 描述了剩余寿命服从连续时间 Gompertz-Makeham 分布(例2)时 R_1 和损失厌恶参数 δ 之间的关系,其中 $r = 5\%$,参数 $\eta \times 10^3 = 1.6357$,$\theta \times 10^3 = 8.3185$,$\vartheta = 0.1123$ 均由实际数据估计得到(下同)。图 3 中图 a 分析存在概率扭曲($\gamma = 0.65$)时参数 δ 的敏感性,而图 b 则是在 $\alpha = 0.88$,$\beta = 0.9$ 时对参数 δ 进行敏感性分析。由图 3 可知:(1)随着损失厌恶参数 δ 的增加,最大可接受价格 R_1 逐渐降低,年金变得越来越不受欢迎。对投资者来说,当他的损失厌恶参数 δ 足够大时(通常 $\delta > 1$),$R_1 < 1$ 且不会选择购买年金,这一结果可以解释年金之谜。(2)图 a 表明收益和损失的风险态度参数 α 和 β 对 R_1 影响不大,因为对应不同的 α 和 β,各曲线非常接近。在接下来对 α 和 β 的敏感性分析中也可以发现该特征。(3)图 b 显示随着概率扭曲程度的加深(γ 值越小),年金越不受欢迎(R_1 值越小),表明概率扭曲也可以解释年金之谜。

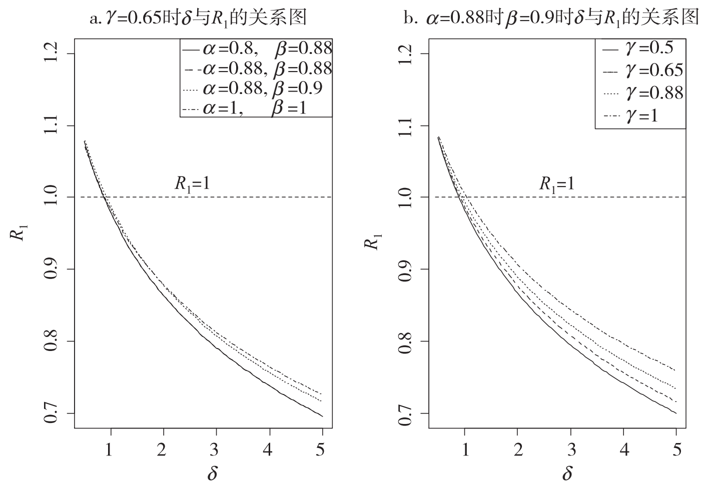

图 3 剩余寿命服从连续时间 Gompertz-Makeham 分布时 R_1 和损失厌恶参数 δ 的关系图

(二)风险态度参数 α、β 的敏感性分析

下面我们分析 R_1 和风险态度参数 α、β 的关系,图 4 给出了剩余寿命服从连续时间 Gompertz-Makeham 分布时 R_1 与风险态度参数 α、β 的关系图。

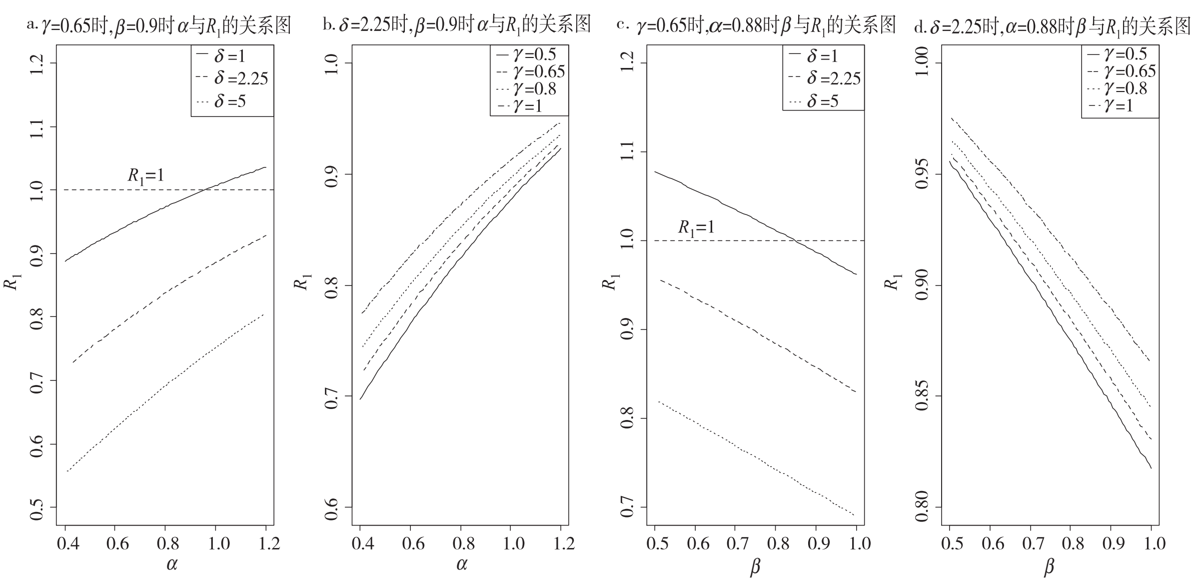

图 4 剩余寿命服从连续时间 Gompertz-Makeham 分布时 R_1 与风险态度参数 α、β 的关系图

其中，图 a 和图 c 为概率扭曲参数 $\gamma = 0.65$ 给定的敏感性关系图，而图 b 和图 d 为损失厌恶参数 $\delta = 2.25$ 给定的敏感性关系图。观察图 4 可知：（1）α、β 对 R_1 影响作用相反，与损失厌恶参数 δ 为 R_1 递减关系一样，负收益风险态度参数 β 也为 R_1 递减函数，但 R_1 是正收益风险态度参数 α 的递增函数，这与后文第五部分实证分析结论相同。（2）当 α、β 在区间上变化时，R_1 的变化很小，表明 α、β 对 R_1 影响有限。正如图 3 所示，不同 α 和 β 对应的曲线，都非常接近。（3）观察图 a 中 $\gamma = 0.65$、$\delta = 1$ 曲线，发现当 α 很大时，$R_1 > 1$，即当投资者不厌恶损失（$\delta = 1$）时，正收益偏好强烈（α 很大）时，愿意购买年金（$R_1 > 1$）。这意味着虽然此时存在一定程度的概率扭曲，但是年金市场依旧存在。（4）观察图 c 中 $\delta = 1$ 曲线发现，负收益风险态度参数 β 很大时，此时 $R_1 < 1$，年金市场低迷。这意味着当投资者不厌恶损失时，概率扭曲（$\gamma = 0.65$）和风险态度（α、β）是造成年金市场低迷的主要因素。（5）观察图 b、图 d 两幅图（$\delta = 2.25$）可以发现，随着概率扭曲参数 γ 减小，此时扭曲程度在增加，R_1 逐渐减少，年金的吸引力也逐渐减少，表明概率越扭曲，年金市场越低迷。

（三）概率扭曲参数 γ 敏感性分析

最后分析 R_1 和概率扭曲参数 γ 的敏感性关系。图 5 中图 a 为损失厌恶参数 $\delta = 2.25$ 情形的概率扭曲参数 γ 敏感性图，图 b 为风险态度参数 $\alpha = 0.88$、$\beta = 0.9$ 情形的 γ 敏感性图。通过观察图 5，有以下几点发现：（1）图 a 显示当概率扭曲参数 γ 逐渐增加时，概率扭曲程度逐渐得到缓解，此时不同市场的 R_1 均呈现上升趋势，说明年金吸引力逐渐增加，但是 $R_1 < 1$，表明投资者依旧不会购买年金。这一结论与图 4 中图 b、图 d 相同。（2）观察图 b 中 $\delta = 1$ 曲线，发现随着概率扭曲参数 γ 增加，R_1 呈现出上升趋势，且最终大于 1，此时年金具有吸引力。这说明虽然存在概率扭曲和损失厌恶，但是年金市场依旧存在。

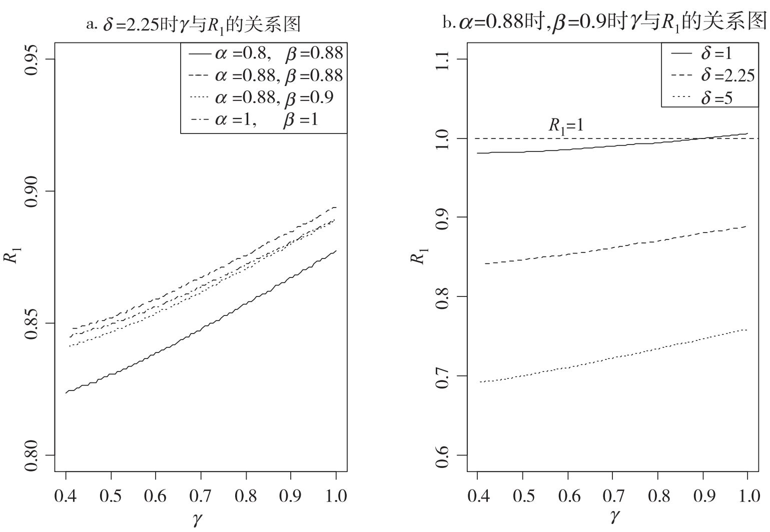

图 5 剩余寿命服从连续时间 Gompertz-Makeham 分布时 R_1 与概率扭曲参数 γ 的关系图

五、实证分析

本部分主要对中国人身保险业经验生命表（2010—2013）的 CL1 数据进行实证分析。定义 A_{real} 表示基于真实数据的实际公平价格，实际最大可接受价格为 R_2，定义如下：$R_2 = A_{PT}/A_{real}$。对投资者来说，当 $R_2 > 1$ 时，有 $A_{PT} > A_{real}$，也就是说心理价值高于实际公平价格，此时投资者愿意购买年金；当 $R_2 < 1$ 时，有 $A_{PT} < A_{real}$，即年金成本 A_{real} 相对于他／她的心理价格（心理价值）来说太高了，此时其通常会拒绝投资年金，该结果可以用来解释年金之谜。R_2 定义与敏感性分析部分 R_1 的定义类似，表达出类似含义。

表 4 给出了根据定理 2 计算出临界值 δ_{de}^{d} 和 δ_{un}^{d}，也列出了临界值 δ_0^d，即满足 $V^{PTd}(A) = 0$ 的 δ 值。根据定理 2 可知，当 $\delta > \delta_{un}^{d}$ 时，投资者觉得没有必要购买年金。当 $\delta < \delta_{de}^{d}$ 时，投资者选择购买年金。通过观察表 4 发现 δ_{de}^{d} 和 δ_{un}^{d} 之间的距离很小，意味着充分条件（10）式和（11）式是非常接近 $V^{PTd}(A) < 0$ 充要条件。较小 δ_0^d（$\delta_0^d < 1$）表明损失厌恶并不是年金不受欢迎的必要条件，因为概率扭曲（$\gamma < 1$）和风险厌恶（$\alpha, \beta < 1$）也可以导致年金不受欢迎，从而改变损失厌恶的必要性。

表 4　$\alpha = 0.88, \beta = 0.9$ 时真实数据在不同市场中的临界值

γ_1	γ_2	r	δ_{de}^d	δ_{un}^d	δ_0^d	γ_1	γ_2	r	δ_{de}^d	δ_{un}^d	δ_0^d
0.5	0.5	5%	0.4780	0.8258	0.6634	0.75	0.75	5%	0.5974	1.0337	0.8378
		3%	0.5486	0.9807	0.7606			3%	0.6249	1.1203	0.8764
0.69	0.61	5%	0.5404	0.9251	0.7571	1	1	5%	0.7224	1.2948	1.0356
		3%	0.5840	1.0373	0.8190			3%	0.7035	1.3070	1.0089

表 5 给出了具有不同参数的投资者实际最大可接受价格 R_2，我们绘制了 R_2 与这些参数的关系图，观察这些关系图发现和第四部分敏感性分析图3、图4、图5表达变量单调关系一致。由于篇幅限制，此处未展示。观察表 5 和 R_2 与参数间的关系图有以下发现：(1) 损失厌恶参数 δ 是导致年金不受欢迎的主要因素，较大程度的损失厌恶参数可以解释年金之谜。表 5 表明，随着 δ 增加，实际最大可接受价格 R_2 会递减，年金变得越不受欢迎，与理论分析结果一致，Hu 和 Scott 也发现了这一结果[21]。(2) 概率扭曲程度越深，实际最大可接受价格 R_2 越会减小，即 γ 值越小，年金越不受欢迎，概率扭曲是导致年金市场低迷的另一因素。(3) 正风险态度参数 α、负风险态度参数 β 为影响年金价值的另外两个因素，两者对 R_2 影响作用相反。负风险态度参数 β 与损失厌恶参数 δ 对 R_2 影响关系一致，为 R_2 递减函数，正收益风险态度参数 α 为 R_2 的递增函数。当 α 越小时，年金越不受欢迎，表明在不存在损失厌恶的情况下，大的 β 和小的 α 都可以部分解释年金之谜。(4) 在不存在损失厌恶情形($\delta = 1$)下，概率扭曲、风险态度参数会影响年金价值，有可能使得 $R_2 > 1$，意味着虽然不存在风险厌恶，但是投资者仍会购买年金，可用来解释市场低迷却依旧存在的现象。当概率扭曲程度减轻时，最终 $R_2 > 1$，年金具有吸引力，投资者仍有可能购买年金。

表 5　不同行为参数投资者的实际最大可接受价格($r = 5\%$)

γ_1	γ_2	δ	$\alpha = 0.88$ $\beta = 0.88$	$\alpha = 0.88$ $\beta = 0.9$	$\alpha = 1$ $\beta = 1$
0.5	0.5	1	0.9212	0.9145	0.9095
		2.25	0.7303	0.7253	0.7320
		5	0.5410	0.5377	0.5561
0.69	0.61	1	0.9581	0.9514	0.9447
		2.25	0.7990	0.7939	0.7956
		5	0.6298	0.6248	0.6382
0.75	0.75	1	0.9782	0.9732	0.9681
		2.25	0.8392	0.8341	0.8358
		5	0.6884	0.6834	0.6934
1	1	1	1.0083	1.0033	1.0000
		2.25	0.9011	0.8961	0.8978
		5	0.7822	0.7772	0.7839

综上，实际数据的敏感性分析结果和理论上的敏感性分析结果一致。

六、结论性评述

本文利用光滑前景理论构造了连续时间情形的年金价值模型，结合基于累积前景理论的离散时间年金价值模型分析年金之谜，提出了两个充分条件作为决策者是否愿意购买年金的判别准则。当损失厌恶参数 δ 大于其中一判别临界值时，年金不受欢迎，年金市场低迷，由于大部分投资者为损失厌恶型($\delta > 1$)，此条件容易成立，故该结论可用来解释年金之谜；当 δ 小于另一判别值时，年金受到欢迎，少数投资者可能满足该条件，可用来解释年金市场依然存在。当投资者为风险中性($\alpha = \beta = 1$)时，此时两个判别值相等，从而得到年金是否值得购买的充要条件。此外，理论研究和实证结果表明所提出的充分条件接近于年金是否值得投资的充要条件。为进一步分析行为参数如何影响投资者决策，本文在理论基础上对行为参数(损失厌恶参数 δ、概率扭曲参数 γ 和风险态度参数 α、β) 进行了敏感性分析和实证分析，结果表明：(1) 损失厌恶参数 δ 是年金价值的递减函数，投资者大多为损失厌恶型，具有损失厌恶参数 δ 大的特征，较大损失厌恶参数是导致年金不受欢迎的主要原因，也是年金之谜的一个主要原因。(2) 概率扭曲是影响年金价值的另一个重要因素，扭曲程度越大，即概率扭曲参数 γ 值越小，年金价值越小，年金越不受欢迎；即使在没有损失厌恶情况下，概率扭曲因素也能部分解释年金之谜。(3) 正风险态度参数 α、负风险态度参数 β 为影响年金价值的另外两个因素，两者对年金价值影响作用相反。负风险态度参

数 β 与损失厌恶参数 δ 对年金价值影响关系一致,为年金价值的递减函数,正收益风险态度参数 α 为年金价值的递增函数。(4) 在不存在损失厌恶情形下,概率扭曲、风险态度参数会影响年金价值,有可能使得年金让投资者接受,意味着虽然不存在损失厌恶,但是投资者仍会购买年金,也可用来解释市场低迷却依旧存在的现象。

随着我国逐渐进入老龄化社会,为了应对不断增大的人口老龄化压力,各方需要充分发挥商业年金作用,解决基本养老保险"一家独大" 问题,提高人民老年生活满意度,发挥年金在养老金体系中的支柱作用。上述研究结果给我们如下启示:(1) 大力发展年金市场,丰富年金产品供给,满足不同风险偏好投资者或参保人的不同需求;(2) 完善税收优惠等政策法规,规范商业年金的发展,积极推进个人税收递延型商业养老保险试点,增加年金的吸引力,实现税收优惠政策对年金的激励作用;(3) 加强年金产品的宣传,强调其应对长寿风险和退休生活的保障功能,淡化投资功能的描述,让年金产品回归保险属性,认识其必要性,激发个人购买年金的需求。

本文主要针对经典年金从行为经济学角度,进行年金价值分析,给出了购买和不购买年金的判别准则,但对于具有税收优惠、(因困难)允许提前支取等类型年金产品的行为价值以及判别准则,都有待于进一步研究和分析。

参考文献:

[1]Yaari M E. Uncertain lifetime, life insurance, and the theory of the consumer[J]. The Review of Economic Studies, 1965, 32(2): 137-150.

[2]Davidoff T, Brown J R, Diamond P A. Annuities and individual welfare[J]. American Economic Review, 2005, 95(5): 1573-1590.

[3]Peijnenburg K, Nijman T, Werker B J M. The annuity puzzle remains a puzzle[J]. Journal of Economic Dynamics and Control, 2016, 70: 18-35.

[4]李心愉,钱嫣虹.我国企业年金投资绩效持续性及规模效应分析[J].审计与经济研究,2017(4):117-126.

[5]孙祁祥,王国军,郑伟.中国养老年金市场未来发展战略与政策建议:2013—2023 年[J].审计与经济研究,2013(5):3-13.

[6]Brown J R, Poterba J M. Joint life annuities and annuity demand by married couples[J]. Journal of Risk & Insurance, 1999, 67(4):527-553.

[7]郑秉文.第三支柱商业养老保险顶层设计:税收的作用及其深远意义[J].中国人民大学学报,2016(1):2-11.

[8]Ando A, Modigliani F. The "life cycle" hypothesis of saving: Aggregate implications and tests[J]. The American Economic Review, 1963, 53(1): 55-84.

[9]Dushi I, Webb A. Household annuitization decisions: Simulations and empirical analyses[J]. Journal of Pension Economics & Finance, 2004, 3(2): 109-143.

[10]Hakansson N H. Optimal investment and consumption strategies under risk for a class of utility functions[J]. Econometrica, 1970, 38(5): 587-607.

[11]Poterba J M. Annuity markets[M]//Clark G, Munnel A, Orszag M. The Oxford handbook of pensions and retirement income. Oxford: Oxford University Press, 2006: 562-583.

[12]Friedman B M, Warshawsky M J. The cost of annuities: Implications for saving behavior and bequests[J]. The Quarterly Journal of Economics, 1990, 105(1): 135-154.

[13]Mitchell O S, Poterba J M, Warshawsky M J, et al. New evidence on the money's worth of individual annuities[J]. American Economic Review, 1999, 89(5): 1299-1318.

[14]Poterba J M, Shoven J B. Exchange-traded funds: A new investment option for taxable investors[J]. American Economic Review, 2002, 92(2): 422-427.

[15]Davidoff T. Housing, health, and annuities[J]. Journal of Risk and Insurance, 2009, 76(1): 31-52.

[16]王晓军,单戈.养老资产年金化:基于消费、遗产和长寿保护的精算建模分析[J].保险研究,2017(12):3-14.

[17]王晓军,路倩.我国商业养老年金的供需困境探讨:基于年金价值和长寿风险的视角[J].保险研究,2018(9):13-21.

[18]陈泽,陈秉正.中国的年金谜题与养老金领取行为研究——基于企事业年金领取偏好的调查[J].经济学报,2018(2):94-116.

[19]秦云,郑伟. 年金谜题的成因及对策研究评述[J]. 经济学动态,2017(5):133 - 141.
[20]Brown J R. Understanding the role of annuities in retirement planning[M]// Lusardi A. Overcoming the saving slump: How to increase the effectiveness of financial education and saving programs. Chicago: University of Chicago Press, 2009: 178 - 206.
[21]Hu W Y, Scott J S. Behavioral obstacles in the annuity market[J]. Financial Analysts Journal, 2007, 63(6): 71 - 82.
[22]Kahneman D, Tversky A. Prospect theory: An analysis of decision under risk[J]. Econometrica, 1979, 47(2): 363 - 391.
[23]Tversky A, Kahneman D. Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty[J]. Journal of Risk and uncertainty, 1992, 5(4): 297 - 323.
[24]Camerer C, Lovallo D. Overconfidence and excess entry: An experimental approach[J]. American Economic Review, 1999, 89(1): 306 - 318.
[25]Chen A, Haberman S, Thomas S. Cumulative prospect theory and deferred annuities[J]. Review of Behavioral Finance, 2019, 11(3): 277 - 293.
[26]单戈,王晓军. 养老资产年金化谜题:风险决策下的年金化价值比较[J]. 统计与信息论坛,2018(6):77 - 86.
[27]秦云. 商业年金消费决策的行为经济学分析[J]. 保险研究,2019(7):79 - 93.
[28]王晓军,詹家煊. 税延政策真能刺激养老保险市场需求吗?——基于累积前景理论的模拟分析[J]. 保险研究,2019(7):94 - 105.
[29]Rieger M O, Wang M. Prospect theory for continuous distributions[J]. Journal of Risk and Uncertainty, 2008, 36(1): 83 - 102.
[30]Marshall A W, Olkin I. Life distributions: Structure of Nonparametric, Semiparametric, and Parametric Families[M]. New York: Springer, 2007: 97 - 532.
[31]Gerber H U. Life insurance mathematics[M]. Berlin: Springer Verlag, 1997: 14 - 22.

[责任编辑:黄　燕]

Prospect Theory and Annuity Puzzle: Based on the Judgement Criterion of Annuity Purchase Intention

LIU Guangying[1], LIU Meiyao[1], XIANG Jing[1], ZHANG Liwen[2]

(1. School of Statistics and Mathematics, Nanjing Audit University, Nanjing 211815, China;
2. School of Statistics and Management, Shanghai University of Finance and Economics, Shanghai 200444, China)

Abstract: With China entering an aging society, the pressure of elderly caring is gradually increasing. As an important pillar of the pension system, the expected demand of annuity should be large, but the actual purchase amount of annuity is far less than expected, which leads to the annuity puzzle. With the help of behavioral economics, this paper analyzes the annuity puzzle. Based on cumulative prospect theory, this paper establishes the criterion of whether investors are willing to buy annuity under discrete time model. Besides, based on the smooth prospect theory, not only the continuous time model of annuity value is constructed, but also the criterion of annuity purchase intention is also established. Numerical simulation and empirical results show that loss aversion is the main reason for the undesirability of annuity, probability distortion further makes annuities unattractive, and risk attitude also affects the value of annuity.

Key Words: annuity puzzle; cumulative prospect theory; loss aversion; probability distortion; risk aversion; old-age pension; endowment insurance