具有奖励机制与再保险安排的最优保险合约设计

孙武军,贾晓倩,王丽敏

(南京大学 经济学院,江苏 南京 210093)

[摘　要]在保险合约中引入奖励机制可以使投保人动态参与到保险合约中,赋予了投保人在面对索赔事件时是否执行索赔的可选择权,改变了传统保险合约中投保人执行索赔的单一权利,但却增加了保险人潜在的流动性风险。保险合约中再保险的安排则可以对冲由于奖励机制产生的潜在流动性风险,进一步分散保险人的风险,有助于保险人稳健经营。基于此,通过建立具有红利奖励机制与再保险安排的最优保险合约设计模型,最终求解得到最优保险合约是具有最优免赔额形式的保险合约。利用算例研究方法进行建模,研究结果显示,最优保险合约中的最优免赔额与奖励机制中的红利奖励之间具有正向关系,保费、自留额与最优免赔额之间则存在着显著的负向关系。

[关键词]再保险安排;奖励机制;流动性风险;最优免赔额;最优保险合约;管理风险

[中图分类号]F842.6　　[文献标志码]A　　[文章编号]1004－4833(2021)01－0110－08

一、问题提出

随着经济社会的迅速发展,新型风险种类日益增多,造成的风险损失也越来越大,使得政府、企业以及家庭的风险管理意识逐渐增强,风险管理的需求愈加旺盛。在风险管理的众多手段中,通过保险将发生频率低、造成损失大的风险进行风险转移是十分常见的基本手段。保险人可以通过汇聚足够多的同类风险充分分散风险。保险所特有的“汇聚－分散”的风险机制,可以使发生风险损失的个体在遭受风险事故之后获得充分的经济补偿。因此,运用保险机制来管理风险并进行社会管理的创新,已成为相关政府部门及家庭的重要工具。

保险合约的设计是保险经营的关键所在。在设计保险合约时,需要综合考虑投保人①与保险人的利益。经济学理论表明,理性的经济行为人总是基于自身期望效用最大化进行决策,投保人是否投保、保险人承保是否有利可图,都根据各自的目标函数进行决策。因此,在保险合约的设计中,冯诺依曼与摩根斯坦提出的不确定条件下的期望效用函数理论[1]成为保险合约设计的经济学理论基础。在期望效用函数理论的指引下,最优保险合约设计的理论研究逐渐繁荣起来,并不断在实践中得到检验与运用。但是,已有的保险合约设计都将“投保人面对风险损失一定会向保险人索赔”作为自然假定而存在,这在本质上是赋予了投保人索赔的单向权利,因为如果不索赔则投保人将独自承担风险损失以及保费支出。在这种合约设计下,如果在合约的保障期间集中出现索赔事件势必对保险人的稳健经营提出挑战,同时也在某种程度上会提高投保人“道德风险”发生的几率。鉴于这种考虑,在保险合约设计中引入“奖励机制”,赋予投保人对索赔的“双向选择权”,不仅可以有效降低投保人的“道德风险”行为,还可以让保险人平滑合约保障期间可能出现的集中赔付财务风险。引入“奖励机制”,实质上是赋予了投保人一种“金融期权”,其内涵是指,在保险合约设计中加入一种“红利奖励”机制,如果在保险合约期间没有索赔发生②,那么投保人将在合约期满后得到固定数额的红

[收稿日期]2020－04－26

[基金项目]江苏高校哲学社会科学研究重点项目(2018SJZDI096);教育部人文社会科学重点研究基地“南京大学长江三角洲经济社会发展研究中心”暨“区域经济转型与管理变革协同创新中心”联合招标重大项目(CYD－2020012);中国特色社会主义经济建设协同创新中心项目(2011 计划);江苏省优势学科建设工程项目(PAPD)

[作者简介]孙武军(1973—),男,江苏南京人,南京大学经济学院副教授,从事保险精算与金融风险管理研究,E-mail:wjsun@ nju. edu. cn;贾晓倩(1995—),女,山东潍坊人,南京大学经济学院硕士研究生,从事金融风险管理研究;王丽敏(1996—),女,福建长乐人,南京大学经济学院硕士研究生,从事金融风险管理研究。

①不失一般性,本文假定投保人、受益人与被保险人均为同一人。

②这里的索赔没有发生包含两种情形:一是没有发生保险合约约定的保险事故,自然没有索赔发生;二是发生了保险合约约定的保险事故,但损失金额小于保单中设定的红利奖励,则投保人选择“不索赔行动”。

利奖励或者其他形式的奖励;如果进行了索赔,无论索赔数额为多少均无法再得到合约约定的红利奖励或者其他形式的奖励。“红利奖励”机制的触发条件为不发生索赔行为,即赋予了投保人不同于传统保险合约设计中的单向索赔权之外的另一种金融期权(面对风险损失而不执行索赔)。这种机制的设计有着深刻的现实背景。在保险市场中,投保人往往对自身风险类型有着更清晰的认识,而保险人只能基于风险发生的平均损失进行定价,收取保费。因此在保险市场中,风险较高的人群更有意愿去购买保险以分散自身的风险,从而进一步推高保费,挤出低风险人群而使整个市场走向萎缩。含有“奖励机制”的保险合约,由于其对不发生索赔的行为给予一定奖励,从而低风险类型的人群更有愿意去购买此类保险。这种类型的保险合约并不会因为投保人选择不索赔而失去应有的保险保障,因为当发生风险损失时投保人无论是否执行“索赔权”,依旧可以享受保险合约的保障,其要么得到的是损失赔偿,要么是红利奖励。因此,加入奖励机制的设计能够很好地抑制保险市场因信息不对称导致的道德风险与逆向选择问题。

同时,我们也注意到,当引入了“奖励机制”进行保险合约的设计时,虽然平滑了合约当期保险人的财务风险,但是保险合约到期时的集中“红利奖励兑付”将对保险人形成流动性压力,产生期限错配导致的流动性风险。因此,在保险合约中引入再保险安排可以有效对冲这部分流动性风险,并有助于保险人进一步转移承保风险,扩大保险承保能力,使得自身的风险处于可控范围,以实现经营的稳健性。因此,基于以上考虑,文章提出了一种全新的合约设计理念,即在设计最优保险合约中同时引入“奖励机制”和再保险安排,并运用期望效用理论构建合约模型,寻求最优保险合约形式。之后,本文通过数值算例的分析来说明这种最优合约的可行性。

二、文献综述

最优保险合约设计是保险理论研究和实践经营领域的焦点课题,20 世纪五六十年代学者就开始了这方面的探索。时至今日,该领域的研究得到了长足发展,取得丰厚的研究成果。Borch 是较早开展最优保险合约设计研究的,他使用方差作为风险的测度,构建了最优保险合约设计模型并给出了最优合约表现形式[2]。Arrow 指出,在无约束条件情况之下,最优保险合约形式是含有免赔额的保险合约,并给出了停止损失保险合约的最优设计形式[3]。随后,Arrow 基于 Borch 等人的研究证明得到,在一定条件约束下最优保险合约的设计仍然是含有免赔额的保险合约形式[4]。Kaluszka 对 Arrow 的研究[3]进行了拓展,假设保险人的目标是最小化自身的凸性风险测度,从而求解得到最优的再保险合约设计[5]。Cai 等通过使用最小化保险人总风险的风险值(VaR)与最小化保险人风险的条件尾部期望(CTE)两种方法建立最优保险合约模型,通过求解得到了最优的自留额[6]。接着,Cai 等在之前研究的基础上,依旧运用最小化保险人总成本的风险值(VaR)和条件尾部期望(CTE)方法作为确定最优再保险的标准,得到最优分出损失函数形式,文章证明了根据风险度量的置信水平和再保险保费的安全负荷,最优再保险合约可以采用止损、限额分担或变动损失的形式[7]。Tan 等使用了保险人总风险的条件尾部期望(CTE)风险测度最小化准则对最优保险合约设计进行了建模,结果显示,非递减的纯粹停止损失函数总是最优的[8]。Cui 等采用了扭曲风险测度方式衡量保险人所面临的风险,在分出损失和留存损失均随初始损失增加的假设下,给出了最优再保险策略的显式解[9]。Zheng 等的文章采用了扭曲风险度量方法,讨论了可行区域内无保费约束的最优再保险合约设计,得到了分层再保险的形式,且在每一层中混合了正常再保险策略[10]。Assa 使用扭曲风险溢价进行保费定价,从而得到最优的再保险合约设计[11]。Branger 等在合约设计中加入了保证条款,假设具有相对风险厌恶系数(CRRA)的投保人需要同时决定保单的投资策略与保证条款,最终得到 CPPI(constant proportion portfolio insurance)是最优的保险投资策略[12]。Chi 等考虑了免赔损失时的最优保险合约设计问题,并使用 VaR、TVaR 对投保人的风险暴露进行测度,在保费满足一定约束条件下得到了最优保险合约形式[13]。与以上研究不同的是,Li 等另辟蹊径,在最优保险合约设计中引入了固定激励机制,研究得出在保费足够高时最优保险合约为全额保险合同,否则为含有免赔额的保险合约[14]。部分学者利用最优控制理论对再保险问题进行了研究,例如 Guan 等通过引入辅助稳健最优控制问题和随机动态规划方法得到了不确定性规避保险人(简称 AAI)的稳健最优策略和值函数的显示解[15]。Xia 等则研究了一类特殊的最优再保险问题,其文章在策略模型中加入了跳跃扩散模型[16]。Liang 等利用了传统的均值方差保费理论计算再保险保费,并基于经典的 Cramér-Lundberg 风险模型导出最优再保险策略和相应的最小破产概率的解析式[17]。

国内关于最优保险合约设计的研究虽然起步较晚,但也涌现出很多优秀之作。李仲飞和从建发在最优保险策略中加入了再保险安排,以最小化保险公司破产概率为约束条件,利用动态规划方法求解了最优多期比例再保险策略这一类问题[18]。王海鹏和王媚莎分析了保险市场信息不对称问题,并利用非对称信息下的博弈对保险合同定价,寻找最优的保险行为[19]。于栋华等在再保险策略模型中引入了时间变换,利用经济时间原理设计保险产品,最终推导出相应寿险模型[20]。周明等则在再保险策略模型中引入了风险调整资本收益率指标,并得到了使保险人风险调整资本收益率最大化的自留风险额度[21]。周明将用于衡量投资收益与风险之间关系的夏普比率加入到最优再保险模型设计之中,将再保险视为保险人的一种投资决策,最终得到了使保险人夏普比率最大化的风险自留比例[22]。郑海涛等通过建立多因素累积分红寿险合约的公允定价模型和终了分红权的定价模型,得到了终了分红权的价值高于退保权,终了分红抑制了退保行为的发生[23]。王愫新和荣喜民同时考虑原保险人和再保险人基于自身的投资策略,并假定赔付过程为带漂移的布朗运动,建立 HJB 方程进行求解最优投资及最优再保险策略[24]。胡祥和张连增利用保险人的期望效用函数,得出在最大损失保费原理条件下有限停止损失保险能够使保险人的期望效用函数达到最大[25]。李芳芳和郭路也试图寻求在保险合约设计中加入一些保险组合,以降低道德风险[26]。孙庆雅、荣喜民、赵慧通过引入行为金融学中损失厌恶概念,使用 S 型效用函数模拟投资者对收入和损失的不同心理状态,并引入再保险过程得到最优投资策略[27]。此外少数文章涉及存在分红的再保险策略问题。刘烨和马世霞对投保高额保费的比例再保险下的最优分红和融资控制问题进行了研究[28]。李桐等从扩散模型和停止损失再保险策略入手研究了最优分红与注资问题[29]。张雪芳和金燕生[30]、周晓军[31]均从随机最优控制理论和扩散逼近理论着手,研究了考虑再保险的分红产品。

通过文献梳理可以看出:一方面,国内外对最优保险合约设计的研究方兴未艾;另一方面,虽然已有研究也考虑了各种约束条件,但是引入赋予投保人一种金融期权的“奖励机制”的文献并不多见,最新的文献可见 Li 和 Xu[14]。但是,Li 和 Xu 的研究[14]虽然突破了传统的最优保险合约设计的思路,但是忽略了“奖励机制”本身亦给保险人带来了潜在的流动性风险。正是基于这个考虑,本文在最优保险合约设计中同时引入红利奖励与再保险安排两种机制,以再保险安排来对冲红利奖励存在的流动性风险。与已有的同时含有再保险安排和分红研究相比,本文在假设条件上更为宽松,从最基本的保险理论假设出发研究含红利激励的最优再保险合约设计,更具广泛应用意义。本文构建的模型及研究结果从理论上拓展了 Arrow[3-4]、Li 和 Xu[14]等的研究成果,并对实际的保险经营与创新提供了不同于传统的新思路,具有重要的实践指导性。

三、模型构建

本文设(Ω,Γ,P)为概率密度空间。投保人拥有固定的财富总量$\omega>0$,是风险厌恶的理性人,其效用函数$u(\cdot)$满足条件:$u'(\cdot)>0, u''(\cdot)<0$;保险人的风险偏好为风险中性。保费厘定遵循期望保费原理。X为投保人的连续型非负随机损失变量,设其概率分布函数为$F(\cdot)$,在$(0,+\infty)$上严格递增可微,概率密度函数为f。由于$F(\cdot)$为损失X的概率分布函数,所以当$X\geqslant 0$时,有$F(0^-)=P(X<0)=0$。另外,我们假定损失X收敛,即$\int_{[0,\infty]} xdF(x)=E[X]<\infty$。最后,设$R(\cdot)$是保险人基于损失$X$进行再保险安排时自留的赔偿额,显然有$0\leqslant R(X)\leqslant X$。这样,保险人通过再保险安排转移的风险责任为$X-R(X)$。

运用期望保费原理进行价格厘定时会产生一个“保费附加系数”(或称之为安全附加系数),用以衡量被保险人向保险人以及保险人向再保险人转移风险产生的成本。本文设原保险的保费附加系数为ρ_1,再保险的保费附加系数为ρ_2。由于再保险人相较于原保险人而言,承担了保单中较高风险的部分,从而一般认为$\rho_2>\rho_1>0$。保险人期望保费收入为$(1+\rho_1)E(\cdot)$,进行再保险安排所需的支出为$(1+\rho_2)E^R(\cdot)$。本文设π是合约约定的保险人的固定保费收入,则只有当保险人的收入($\pi-$再保险安排所需支出)不低于其成本时,保险人才有激励提供这类保险合约,即下式必须满足:

$$(1+\rho_1)E(\cdot)\leqslant\pi-(1+\rho_2)E^R(\cdot) \tag{1}$$

本文设$A(\cdot)$是投保人面对发生的风险损失X以及保单中设定的红利奖励机制时采取的行动,即若投保人面对损失X时进行了索赔,则可以获得$A(\cdot)$的赔偿额;若投保人在合约期间没有进行索赔,则将获得保险合约约定的固定红利奖励θ。因此,实际的赔偿额$C(\cdot)$为:

$$C(X)=\begin{cases}A(X),A(X)>0,\\ \theta,A(X)=0\end{cases}=A(X)+\theta\cdot 1_{\{A(X)=0\}}\tag{2}$$

其中,1 为示性函数,即$\begin{cases}1,A(X)=0,\\ 0,A(X)\neq 0.\end{cases}$

保险人在设计保单时主要考虑投保人的期望收益,并兼顾自身的利益而进行设计。对于一个潜在的随机损失 X,投保人会基于其自身的风险偏好,在红利奖励 θ 与实际赔偿额 $A(X)$ 中进行选择以最大化自己的期望效用。因此,投保人的目标可描述为如下优化问题:

$$\max_{A(\cdot)\in\Phi}E[u(\omega-\pi+A(X)+\theta\cdot 1_{\{A(X)=0\}}]$$
$$\Phi=\{A(\cdot):A(0)=0,A(x)\leqslant A(y)\leqslant x,\forall 0\leqslant x\leqslant y\}\tag{3}$$

由于红利"奖励机制"会造成保险人在合约期满时面临潜在的流动性风险,因此进行再保险安排来对冲是一种有效策略。在再保险安排中,设保险人的自留额为 d,是一个常量,超过这一额度的赔付额将通过再保险安排进行风险的进一步分散。于是有:

$$R(x)=\begin{cases}A(x),A(x)\leqslant d,\\ d,A(x)>d.\end{cases}\tag{4}$$

进而,通过再保险安排转移的期望赔偿额度为 $A(x)-R(x)$,即:

$$A(x)-R(x)=\begin{cases}0,A(x)\leqslant d,\\ A(x)-d,A(x)>d.\end{cases}\tag{5}$$

对于保险人而言,其期望赔偿额度就是自留额加上当没有进行索赔时保险人需要给付的红利奖励 θ,同时通过再保险安排转移的期望赔偿额度为 $A(x)-R(x)$,从而得到约束条件:

$$(1+\rho_1)E(R(X)+\theta|_{R(X)=0})\leqslant\pi-(1+\rho_2)E[(A(X)-R(X))_+]\tag{6}$$

综上,文章构建的具有红利奖励与再保险安排的最优保险合约模型可表示如下:

$$\max_{A(\cdot)\in\Phi}E[u(\omega-\pi+A(X)+\theta\cdot 1_{\{A(X)=0\}}]$$
$$\text{s.t.}\ (1+\rho_1)E[A(x)|_{A(x)\leqslant d}+d|_{A(x)>d}+\theta\cdot 1_{\{A(x)=0\}}]\leqslant\pi-(1+\rho_2)E[A(x)-d|_{A(x)>d}]\tag{7}$$

四、模型求解与分析

第三部分已经完成了同时存在红利奖励机制及再保险安排的最优保险合约设计模型的构建,下面将对这一模型进行求解。这里,我们首先以定理的形式给出优化问题(7)的解,然后通过引理 1 与引理 2 分步给予证明。

(一)模型求解

定理 1①:优化问题(7)的解为:

(1)当$(1+\rho_2)E(X)\leqslant\pi-(1+\rho_1)\theta$时,$A(x)=\begin{cases}x,x\geqslant\theta,\\ 0,x<\theta.\end{cases}$ (8)

(2)当$(1+\rho_2)E(X)>\pi-(1+\rho_1)\theta>0$且$\pi\geqslant(1+\rho_1)E(X)+(\rho_2-\rho_1)E[(x-d)_+]$成立时,最优保险合约为全额保险;否则,最优保险合约为存在免赔额 $k(>0)$的保险合约,即:

$$A(x)=\begin{cases}x-k,x>k+\theta,\\ 0,x\leqslant k+\theta.\end{cases}\tag{9}$$

这里有必要对定理 1 中的约束条件和结论给予经济学含义的阐释。在结论(1)中,当条件$(1+\rho_2)E(X)>\pi-(1+\rho_1)\theta$成立时,投保人的最优行动取决于合约奖励额度与损失之间的比较:如果不进行索赔时获得的奖励激励 θ 大于损失 X,投保人将采取不索赔行动,从而在合约期满时获得奖励 θ,此时投保人的总收益为 $\theta-x$;当投保人的风险损失 X 超过合约约定的奖励 θ 时,投保人会进行索赔并获得 x 的赔偿额,此时为全额赔付的保险合同。在结论(2)中,若 $\pi<(1+\rho_1)\theta$ 时,则表明保险人收取的保费低于其平均固定成本,入不敷出,保险人将无激励向市场提供这种保单;当 $\pi=(1+\rho_1)\theta$ 时,此时保险人的保费收入等于其固定成本,在不考虑保费投资

①定理 1 的证明过程如有需要可向作者索取。

收益的情况下,保险人亦无法获得承保利润。此时最优保险合约为免赔额是无穷大的保险合约,失去了保险进行风险分散的本质功能。因此,只有当保费满足$(1+\rho_2)E(X)>\pi-(1+\rho_1)\theta>0$时,保险合约才具有经济学意义以及可行性,最优保险合约要么为全额保险合约,要么为存在免赔额的保险合约。

(二)与 Li 和 Xu[14]的研究比较

Li 和 Xu[14]的研究为丰富最优保险合约设计理论提供了一个全新的视角,本文的研究思路正是受了该文的启发。引入“红利奖励机制”的确为投保人增加了遇到风险损失时的索赔灵活性,但往往当投保人获得“某项权利”时意味着保险人在某些方面要有“损失”①,要承担额外的成本。更为重要的是,当引入了“奖励机制”进行保险合约的设计时,虽然平滑了合约当期保险人的财务风险,但是保险合约到期时的集中“红利奖励兑付”将对保险人形成流动性压力,产生期限错配导致的流动性风险。那么,保险人该怎样弥补这些“损失”或者对冲期限错配导致的流动性风险呢？这是 Li 和 Xu[14]的研究悬而未决的问题。因此,引入“再保险安排”来对冲“红利奖励机制”产生的保险人潜在的流动性风险,正是本文的贡献所在。

首先,从技术上来看,当自留额$d=0$时,本文的优化问题(7)就回到了 Li 和 Xu[14]中的模型。因此,Li 和 Xu[14]的模型可以看作是本文的一种特例。其次,在合约设计中引入再保险安排并非只是技术上多了一个变量而已,更重要的是它是一种“对冲”机制,以此保障“红利奖励机制”的可行性,并保障保险人自身能够进行有效的风险管理。最后,在合约设计中引入再保险安排是保险实践的客观要求体现。众所周知,我国从早期的法定再保险到目前的市场化的再保险发展路径表明,运用再保险制度安排来进一步分散保险人的风险责任已经成为保险人管理承保风险的必要手段。以再保险的风险“对冲”机制来管理“红利奖励机制”产生的潜在流动性风险,无疑是一种经过实践检验的有效对冲方式。

五、算例研究

根据第四部分对模型的求解,可知在含有奖励机制及再保险安排的最优保单设计中,免赔额$k_{\theta,d}$与红利奖励θ及自留额d之间存在着高度相关性,保险合约中的免赔额直接取决于固定红利奖励θ与函数$H(\theta)$及自留额d。因此,为了更清晰地看清它们之间的关系,这里我们将运用算例分析的方式,绘制出免赔额$k_{\theta,d}$与红利奖励θ及自留额d之间关系的函数图像,从而直观的感知免赔额$k_{\theta,d}$与红利奖励θ及自留额d之间的数理关系。

(一)算例分析一:随机损失X服从指数分布

本文分别对保费π、附加保费系数ρ_1及ρ_2赋值,且假设随机损失$X\geqslant0$服从均值为 4 的指数分布。不妨取附加保费系数$\rho_1=0.2<\rho_2=0.3$。根据俞昊东指出的由于再保险公司承担了保单中风险较高的部分[32],因此在构建模型时,我们假设再保险合约的附加保费系数高于原保险合约是合理的,即要求$\rho_1<\rho_2$。从而可得到随机损失X的概率密度函数为$f(x)=4e^{-4x}$,分布函数为:

$$F(x)=\begin{cases}1-e^{-4x}, x>0,\\ 0, x\leqslant0.\end{cases}$$

本文分别取保费$\pi=5$和$\pi=10$,将自留额d与红利奖励θ分别作为自变量x与y轴,最优免赔额$k^*_{\theta,d}$作为因变量z轴,可绘制下图 1。显然,保费$\pi=10$的曲面位于保费$\pi=5$的曲面下方。由图 1 所示分析,可得到如下结论。

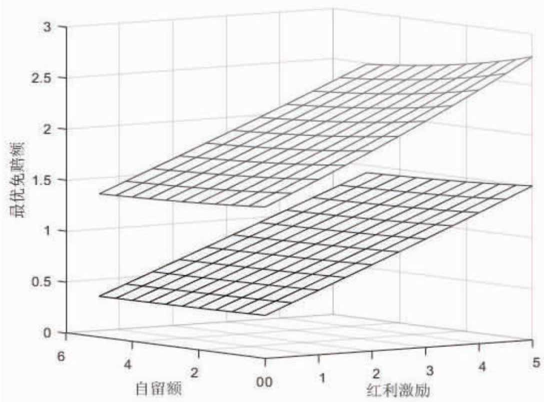

图 1　随机损失服从指数分布时自留额 d、红利奖励 θ 与最优免赔额 $k^*_{\theta,d}$ 的关系图

1. 当自留额d保持某一水平不变时,最优免赔额$k^*_{\theta,d}$与红利奖励θ存在着正相关性,即保险合约设定的红利奖励θ增大,最优免赔额$k^*_{\theta,d}$的值也随之增大。并且,随着

①例如,在很多的寿险产品中保险合约会赋予投保人一种金融期权(可转换权和可重新加入权)。当投保人执行这些权利时,就会额外增加保险人的成本支出。那么,在合约中就会注明,投保人执行这些权利时要承担必要的费用。

红利奖励 θ 的增加,最优免赔额 $k_{\theta,d}^*$的边际也是递增的。原因在于,当自留额 d 与保险人收取的保费 π 保持一定时,保险人所能够承受的风险责任也就确定了下来。此时,若保险合约中保险人承诺了更高水平的红利奖励,实际上这是增加了保险人未来的兑付压力,那么设置随之更高的免赔额水平就可以来对冲这种压力。进一步,随着红利奖励 θ 的增加,最优免赔额 $k_{\theta,d}^*$呈现了递增式增长态势,这一现象跟随机损失 X 服从的概率分布密切相关。由于当损失 X 小于红利奖励 θ 时,投保人不会选择索赔而是选择获得红利 θ,这使得红利奖励 θ 成为保险人预期一定会支出的平均固定成本。而免赔额仅仅免赔了已发生的较小损失部分,随着损失的增加,由于设置了免赔额投保人所节省的保费支出与损失 X 服从的分布是一致的,那么设置免赔额所节省的保费支出就成递减趋势,因此在红利奖励 θ 增加 1 个单位时,为了维持保险人的稳健经营,需要增加大于 1 个单位的免赔额。

2. 当保持红利奖励 θ 保持某一水平不变时,自留额 d 越高时保单的最优免赔额 $k_{\theta,d}^*$反而越低。因此,确定分保额度对保险人而言影响很大。一方面,如果选择将较多的风险自留,即自留额 d 较高时,保险人需要承担业绩大幅波动的风险;另一方面,如果自留额 d 较小,保险人会因为高额分保费而流逝大量利润。在保费收入一定的约束下,选择更高的自留比例,意味着保险人实施再保险安排所需分出的保费相对而言更少,从而增强了自身应对风险损失时的赔付能力,这时保险人就有更强的动机降低免赔额以吸引投保人购买保险合约。此外,有能力选择将更多的风险自留,这也侧面表明保险人本身具有更高的风险承受能力,也就更有能力去承担更多的风险从而设置更低的免赔额水平。

3. 结合两张曲面来看,$\pi=10$ 的曲面始终位于 $\pi=5$ 的曲面下方,意味着当投保人缴纳的保费越高时,保险合约中的免赔额 $k_{\theta,d}^*$更低。这是符合免赔额本身的经济学含义,即投保人和保险人共担损失风险。当保险人收取的保费更多时,一方面保险人的承保风险能力更高,有能力降低共担风险的水平,即降低免赔额;另一方面,投保人支付更高的保费意味着将更多的风险转移给保险人,自然不希望自己再承担过高的风险损失,即对应较高的保费支出投保人只会接受更低的免赔额水平。

4. 从 z 轴分别与 x、y 轴相较的两个平面可以看出,相同变动水平下,相较于自留额 d 而言,红利奖励 θ 引起最优免赔额 $k_{\theta,d}^*$的变动更明显。即相对于自留额 d 而言,最优免赔额 $k_{\theta,d}^*$对红利激励 θ 的变动更敏感。

(二)算例分析二:随机损失 X 服从标准正态分布

本文假设随机损失 $X\geqslant 0$ 服从标准正态分布,即均值为 0 方差为 1。与算例分析一相同,取附加保费系数 $\rho_1=0.2<\rho_2=0.3$,从而可得到随机损失 X 的概率密度函数为 $p(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}},x>0,\\0,x\leqslant 0.\end{cases}$,分布函数为:

$$F(x)=\begin{cases}\int_0^x\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}dt,x>0,\\0,x\leqslant 0.\end{cases}$$

为使仿真图形具有更好的区分度,这里分别取保费 $\pi=5$ 和 $\pi=30$,同样将自留额 d 与红利奖励 θ 分别作为自变量 x 与 y 轴,最优免赔额 $k_{\theta,d}^*$作为因变量 z 轴,可绘制图 2。显然,保费 $\pi=30$ 的曲面整体位于保费 $\pi=5$ 的曲面下方,而且,在图 1 中得到验证的四个结论在图 2 中仍然成立。当自留额 d 保持某一水平不变时,最优免赔额 $k_{\theta,d}^*$与红利奖励 θ 存在着正相关性,并且随着红利奖励 θ 的增加,最优免赔额 $k_{\theta,d}^*$的边际也是递增的;当红利奖励 θ 保持某一水平不变时,自留额 d 越高时保单的最优免赔额 $k_{\theta,d}^*$越低;$\pi=30$ 的曲面始终位于 $\pi=5$ 的曲面下方,意味着当投保人缴纳的保费越高时,保险合约中的免赔额 $k_{\theta,d}^*$更低;从 z 轴分别与 x、y 轴相较的两个平面可以看出,相同变动水平下,相较于自留额 d 而言,红利奖励 θ 引起最优免赔额 $k_{\theta,d}^*$的变动更明显。即,相对于自留额 d 而言,最优免赔额

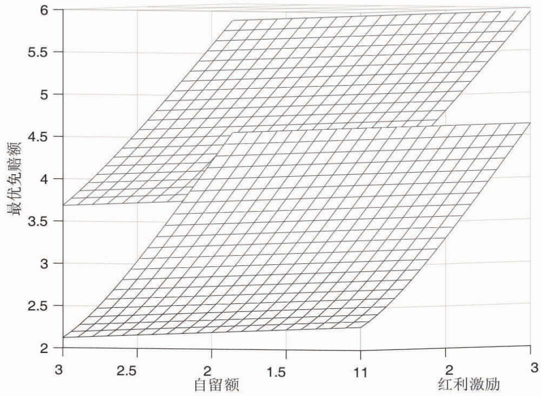

图 2　随机损失服从标准正态分布时自留额 d、红利奖励 θ 与最优免赔额 $k_{\theta,d}^*$ 的关系图

$k^*_{\theta,d}$对红利激励 θ 的变动更敏感。

六、结束语

最优保险合约设计理论是保险经济学重要的内容之一,伴随着保险经济学的理论进展与保险实践的深入,合约设计理论也得到了快速发展,很多优秀研究成果涌现。但是,在理论研究层面和实践操作层面,往往隐含着一种假定,即理性的、风险规避型的投保人在面临风险损失时是一定会向保险人进行索赔的。这种法律所赋予投保人的“单向索赔权”虽然保障了投保人的合法权益,但在某种程度上也表明这是一种“刚性”的权利而没有“弹性”。而如果能有一种合约设计机制既能够保障投保人在“单向索赔权”下的权益,又能够让这种索赔权具有“弹性”,即可以放弃风险发生时的索赔权,无疑将极大丰富保险合约设计理论。Li 和 Xu[14]的研究突破了传统保险合约设计所遵循的路径,引入“红利奖励”机制而使投保人具有了“弹性”索赔权。但是,Li 和 Xu [14]的研究却忽略了赋予投保人这种本质上是一种“金融期权”的弹性索赔权时,却增加了保险人在合约期满时的赔付压力,造成保险人潜在的流动性风险。

正是基于这样的考虑,文章以 Arrow[3]及 Li 和 Xu[14]等人的研究为基础,同时引入再保险安排及红利奖励机制,以再保险安排来对冲红利奖励机制产生的保险人潜在流动性风险,构建了最优保险合约设计模型,并最终求解得到最优保险策略表达式。结论显示,最优保险合约是存在免赔额的保险合约,而免赔额与保险人提供的红利奖励水平和再保险自留额水平密切相关。在红利奖励给定的条件下,免赔额与保费之间存在负相关性,即当保险人所收保费增加时,保险人的承保能力也相应提高,从而可以通过降低免赔额以提升合约对投保人的吸引力。另外,合约中的免赔额与自留额水平亦存在着负相关性。当保险人选择将更多的风险自留时,即自留额更大时,也意味着保险人分出更少的风险责任而留存了更多的保费,这将有助于保险人提升应对风险损失的能力,因此降低免赔额水平而自己承担更多的风险责任将使保险合约更具可行性。文章的保险合约设计机制和结论既丰富了现有保险合约设计理论,也为保险实践提供了可行的操作建议。

参考文献:

[1] Neumann J V, Morgenstern O. The theory of games and economic behaviour[M]. Princeton: Princeton University Press, 1944.

[2] Borch K. The safety loading of reinsurance premiums[J]. Scandinavian Actuarial Journal, 1960, 5(1): 163-184.

[3] Arrow K J. Uncertainty and the welfare economics of medical care[J]. American Economic Review, 1963, 53(2): 941-973.

[4] Arrow K J. Optimal insurance and generalized deductibles[J]. Scandinavian Actuarial Journal, 1974, 7(3): 1-42.

[5] Kaluszka M. An extension of Arrow's result on optimality of a stop loss contract[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2004, 35(3): 527-536.

[6] Cai J, Tan K S. Optimal retention for a stop-loss reinsurance under the VaR and CTE risk measures[J]. ASTIN Bull, 2007, 37(4): 93-112.

[7] Cai J, Tan K S, Weng C, et al. Optimal reinsurance under VaR and CTE risk measures[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2008, 43(1): 185-196.

[8] Tan K S, Weng C, Zhang Y, et al. Optimality of general reinsurance contracts under CTE risk measure[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2011, 49(2): 175-187.

[9] Cui W, Yang J, Wu L, et al. Optimal reinsurance minimizing the distortion risk measure under general reinsurance premium principles[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2013, 53(1): 74-85.

[10] Zheng Y, Cui W. Optimal reinsurance with premium constraint under distortion risk measures[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2014, 12(1): 109-120.

[11] Assa H. On optimal reinsurance policy with distortion risk measures and premiums[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2015, 9(1): 70-75.

[12] Branger N, Mahayni A B, Schneider J C, et al. On the optimal design of insurance contracts with guarantees[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2010, 46(3): 485-492.

[13] Chi Y, Liu F. Optimal insurance design in the presence of exclusion clauses[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2017, 7(2): 185-195.

[14] Li Y, Xu Z Q. Optimal insurance design with a bonus[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2017: 111-118.

[15] Guan G H, Liang Z X. Robust optimal reinsurance and investment strategies for an AAI with multiple risks[J]. Insurance Mathematics & Economics, 2019, 89(5): 63-78.

[16] Xia D, Yuan W, Fei W. Optimal reinsurance and investment for an insurer with the jump diffusion risk model in A-C case[J]. Systems Science & Control Engineering, 2019, 7(3): 13-19.

[17] Liang X Q, Liang Z B, Virginia R. Optimal reinsurance under the mean-variance premium principle to minimize the probability of ruin[J]. Insurance: Mathematics & Economics, 2020, 92(3): 128-146.

[18]李仲飞,从建发.最优多期比例再保险策略的必要条件[J].系统科学与数学,2008(11):1354-1362.
[19]王海鹏,王媚莎.基于博弈均衡及期权价值的最优保险行为分析框架[J].保险研究,2010(2):100-105.
[20]于栋华,吴冲锋,陈湘鹏。随机时间变换下的寿险精算模型[J].管理科学学报,2010(6):64-72.
[21]周明,陈建成,董洪斌.风险调整资本收益率下的最优再保险策略[J].系统工程理论与实践,2010,30(11):1931-1937.
[22]周明,寇炜,李宏军.基于夏普比率的最优再保险策略[J].数理统计与管理,2013(5):910-922.
[23]郑海涛,秦中峰,罗淇耀,任若恩,柏满迎.多因素下累积分红寿险合同的公允定价模型[J].管理科学学报,2014,17(12):60-74.
[24]王愫新,荣喜民.保险公司和再保险公司的最优投资策略[J].系统工程学报,2017(2):207-217.
[25]胡祥,张连增.基于期望效用函数最大化的最优再保险策略[J].统计与决策,2017(8):50-52.
[26]李芳芳,郭路.基于预期收益类型独立下的最优保险研究[J].经济问题,2019(1):48-53.
[27]孙庆雅,荣喜民,赵慧.S型效用下比例再保险的最优投资策略[J].系统工程理论与实践,2020(2):284-297.
[28]刘烨,马世霞,Liu,等.风险模型中带贵的比例再保险和交易费用的最优分红和融资控制问题[J].南开大学学报(自然科学版),2016(6):31-41.
[29]李桐,马世霞,韩咪.具有停止损失再保险策略和最终值的扩散模型的最优分红与注资问题[J].数学杂志,2018(6):1031-1048.
[30]张雪芳,金燕生.阈值分红策略影响下的最优投资和再保险[J].黑龙江大学自然科学学报,2019(5):536-543.
[31]周晓军.考虑再保险的分红产品红利研究[D].长沙:湖南大学,2005.
[32]俞昊东.分布不确定条件下的再保险稳健自留额[J].系统工程,2016(12):76-79.

[责任编辑:杨志辉]

Optimal Insurance Contract Design in the Present of Incentive Mechanism and Reinsurance Arrangements

SUN Wujun, JIA Xiaoqian, WANG Limin
(School of Economics, Nanjing University, Nanjing 210093, China)

Abstract: Adding incentive mechanism in an insurance contract can make policy holder participate in the insurance contract dynamically. It gives policy-holder the option of whether to execute a claim when facing claimant events, which changes the single right of policy-holder to execute claims in traditional insurance contracts. Meanwhile, it increases the potential liquidity risk of the insurer. The reinsurance arrangement in the insurance contract further disperses the risk of the insurer and helps the insurer to operate steadily. Based on this, this paper establishes an optimal insurance contract design model with dividend incentive mechanism and reinsurance arrangement, finding that the optimal insurance contract is an insurance contract with the optimal form of being deductible. The results show that there is a positive relationship between the optimal deductible and the dividend incentive in the incentive mechanism, and a significant negative relationship between the premium, retention and the optimal deductible.

Key Words: reinsurance arrangements; incentive mechanism; liquidity risks; optimal deductibles; optimal insurance contract; management risks